

## 1. Dreiecke

### 1. Winkel und Eigenschaften

### 2. *Regelstandard*

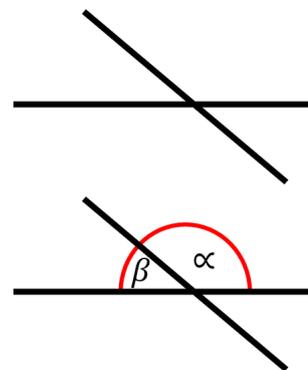
**Im Regelstandard wird das Wissen aus dem Minimalstandard vorausgesetzt. Solltest du also bei den folgenden Aufgaben Probleme haben (z. B. beim Nutzen des Geodreiecks, beim Schreiben griechischer Buchstaben), blättere nochmal zurück zum Minimalstandard.**

**Das gilt insbesondere für die korrekte Beschriftung von Dreiecken!**

## Winkelbeziehungen Teil 1: Zwei sich schneidende Geraden

Auf diesem Arbeitsblatt wirst du Winkel zeichnen und dabei einiges über sie lernen. Versprochen!

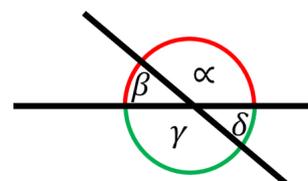
- ① Nimm dein Geodreieck und zeichne eine Gerade. Sie sollte mindestens 8 cm lang sein, damit du gut damit arbeiten kannst. Außerdem sollte nach oben und unten ein bisschen Platz sein.
- ② Zeichne eine zweite Gerade. Diese soll deine erste Gerade schräg schneiden. Deine Zeichnung könnte jetzt ungefähr so aussehen:
- ③ Markiere die beiden Winkel, die oberhalb deiner ersten Geraden entstanden sind. Bezeichne sie mit  $\alpha$  und  $\beta$ .
- ④ Messe mit dem Geodreieck, wie groß deine beiden Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  sind und schreibe es daneben.
- ⑤ Addiere (also: Plus rechnen) die Größen deiner beiden Winkel  $\alpha$  und  $\beta$ .
- ⑥ Wiederhole die Schritte von (1) bis (5). Zeichne die zweite Gerade diesmal in einem anderen Winkel zuvor.
- ⑦ Was fällt dir auf? Formuliere deine Vermutung, indem du den folgenden Satz vervollständigst:  
**Wenn sich zwei Geraden schneiden, sind zwei benachbarte Winkel ...**



### STOP

Fahre mit den folgenden Aufgaben erst fort, wenn du deine Vermutung fertig notiert hast.

- ⑧ Markiere jetzt in deinen beiden Zeichnung die Winkel unterhalb deiner ersten Geraden. Bezeichne sie mit  $\gamma$  und  $\delta$ .
- ⑨ Messe mit dem Geodreieck, wie groß in deinen beiden Zeichnungen die Winkel  $\gamma$  und  $\delta$  sind und schreibe es daneben.
- ⑩ Vergleiche die Größen von  $\gamma$  und  $\delta$  mit den in Aufgabe (4) aufgeschriebenen Winkelgrößen von  $\alpha$  und  $\beta$ .
- ⑪ Was fällt dir auf? Formuliere deine Vermutung, indem du den folgenden Satz vervollständigst:  
**Wenn sich zwei Geraden schneiden, sind zwei gegenüberliegende Winkel ...**



Du hast in den Arbeitsschritten (1) bis (11) zwei wichtige Winkelbeziehungen herausgefunden. Sie nennen sich **Nebenwinkel** und **Scheitelwinkel**.

⑫ Du hast in Aufgabe (7) und Aufgabe (11) Vermutungen aufgestellt. Vergleiche deine Vermutungen mit den nachfolgenden Definitionen für Nebenwinkel und Scheitelwinkel.



### Nebenwinkel

Wenn sich zwei Geraden schneiden, sind zwei **benachbarte** Winkel zusammen immer **180°**.

Mathematisch ausgedrückt:  $\alpha + \beta = 180^\circ$ .

Man nennt diese benachbarten Winkel **Nebenwinkel**.



### Scheitelwinkel

Wenn sich zwei Geraden schneiden, sind zwei **gegenüberliegende** Winkel immer **gleich** groß.

Mathematisch ausgedrückt:  $\alpha = \beta$ .

Man nennt diese gegenüberliegenden Winkel **Scheitelwinkel**.

## Winkelbeziehungen Teil 2: Eine Gerade durch zwei parallele Geraden

Bislang hast du kennengelernt, was passiert, wenn sich zwei Geraden schneiden. Hier lernst du, was passiert, wenn eine Gerade zwei andere Geraden schneidet. Doch ganz langsam der Reihe nach.

- ⑬ Nimm dein Geodreieck und zeichne eine Gerade. Sie sollte mindestens 8 cm lang sein, damit du gut damit arbeiten kannst. Außerdem sollte nach unten viel (min. 6 cm) und nach oben ein bisschen Platz sein.

- ⑭ Zeichne eine zweite Gerade. Diese soll ein paar cm unterhalb deiner ersten Geraden sein und - ganz wichtig! - **parallel** zu ihr verlaufen.



### Was heißt „parallel“?

Zwei Geraden sind parallel, wenn sie in gleicher Richtung und in gleichem Abstand nebeneinander verlaufen.

### Wie zeichne ich parallele Geraden?

Wenn du vergessen hast, wie du parallele Geraden zeichnest, schaue dir das Video an. Am Ende des Videos gibt es einen Hinweis auf ein Arbeitsblatt: Bitte ignorieren.

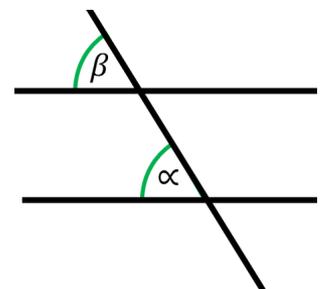


YouTube-Video

Link: <https://youtu.be/BVpCs335-Bw>

- ⑮ Zeichne jetzt eine dritte Gerade. Diese soll schräg zu den ersten beiden verlaufen und damit beide Geraden schneiden.

- ⑯ Markiere die Winkel, die an den parallelen Geraden auf der gleichen Seite von der schrägen Gerade liegen. Bezeichne sie mit  $\alpha$  und  $\beta$ . Es sollte also jetzt ungefähr so aussehen:



Man nennt diese Winkel **Stufenwinkel**.

- ⑰ Messe mit dem Geodreieck, wie groß in deiner Zeichnung die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  sind und schreibe es daneben.

- ⑱ Was fällt dir auf? Formuliere deine Vermutung, indem du den folgenden Satz vervollständigst:  
**Stufenwinkel entstehen, wenn ...**

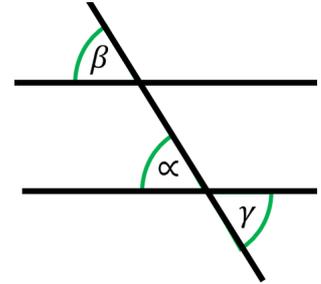
**STOP**

Fahre mit den folgenden Aufgaben erst fort, wenn du deine Vermutung auf der vorherigen Seite fertig notiert hast.

- 19) Markiere nun den Scheitelwinkel zu  $\alpha$  (zur Erinnerung: Ein Scheitelwinkel liegt gegenüber). Bezeichne den Scheitelwinkel mit  $\gamma$ .

Es sollte also jetzt ungefähr so aussehen:

Man nennt die Winkel  $\gamma$  und  $\beta$  **Wechselwinkel**.



- 20) Messe mit dem Geodreieck, wie groß in deiner Zeichnung der Winkel  $\gamma$  ist und schreibe es daneben.
- 21) Was fällt dir auf? Formuliere deine Vermutung, indem du den folgenden Satz vervollständigst:  
**Wechselwinkel entstehen, wenn ...**

Du hast in den Arbeitsschritten (1) bis (9) zwei weitere wichtige Winkelbeziehungen herausgefunden. Sie nennen sich **Stufenwinkel** und **Wechselwinkel**.

- 22) Du hast in Aufgabe (6) und Aufgabe (9) Vermutungen aufgestellt. Vergleiche deine Vermutungen mit den nachfolgenden Definitionen für Stufenwinkel und Wechselwinkel.

**Stufenwinkel**

Stufenwinkel entstehen, wenn zwei **parallele** Geraden von einer dritten Geraden geschnitten werden. Dabei sind Stufenwinkel die Winkel, welche auf der **gleichen Seite der Schnittgeraden** und auf der **gleichen Seite der Parallelen** liegt.

Zwei **Stufenwinkel** sind immer **gleich groß**.

**Wechselwinkel**

Wechselwinkel entstehen, wenn zwei **parallele** Geraden von einer dritten Geraden geschnitten werden. Dabei sind Wechselwinkel die Winkel, welche auf der **unterschiedlichen Seiten der Schnittgeraden** und auf **unterschiedlichen Seiten der Parallelen** liegt.

Zwei **Wechselwinkel** sind immer **gleich groß**.

## Winkelbeziehungen: Gemischte Übungen

Wenn sich Linien schneiden, entsteht nicht nur ein Winkel, sondern mehrere Winkel. Es spart Zeit und ermöglicht neue Überlegungen, wenn man ein bisschen über diese Winkel und ihre Beziehungen zueinander weiß.

- 23) Schau dir das Video von Lehrer Schmidt an. Er wiederholt nochmal alle Winkelbeziehungen, die du schon kennengelernt hast.

**Winkelpaare: Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Stufenwinkel, Wechselwinkel | Lehrerschmidt**

Wie funktionieren Winkelpaare? Warum ist es sinnvoll das man das weiß? Man kann viel Zeit sparen!



YouTube-Video

Link:

<https://youtu.be/5YLM6hRpAno>

Alles schon gewusst? Super!

- 24) Hast du das Video gesehen? Dann bist du jetzt fit für den Lückentext!

Wenn sich zwei Geraden schneiden, entstehen  Winkel.

Zwei Winkel, die nebeneinander liegen, heißen . Sie sind zusammen immer  ° groß, da sie gemeinsam einen gestreckten Winkel bilden. Ein Beispiel:  $\alpha$  und  $\beta$  seien Nebenwinkel. Der Winkel  $\alpha$  sei  $100^\circ$  groß. Dann ist der Winkel  $\beta =$   °, denn es gilt:  $\alpha + \beta = 180^\circ$ .

Zwei Winkel, die gegenüber liegen, nennt man . Sie sind immer  groß. Ein Beispiel:  $\alpha$  und  $\beta$  seien Scheitelwinkel. Der Winkel  $\alpha$  sei  $75^\circ$  groß. Dann ist der Winkel  $\beta =$   °, denn es gilt:  $\alpha = \beta$ .

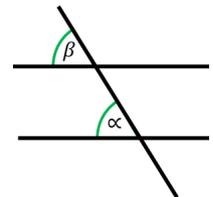
(auf der nächsten Seite geht es weiter)

②5) Und weiter geht es mit dem Lückentext.

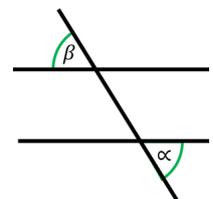
Wenn wir sogar drei Geraden haben, entstehen Wechselwinkel und Stufenwinkel. Dafür müssen zwei Geraden  sein und die dritte Gerade die anderen beiden schneiden.

Wechselwinkel und Stufenwinkel haben noch eine weitere Gemeinsamkeit, aber natürlich auch einen Unterschied. Die Gemeinsamkeit ist, dass sowohl zwei Wechselwinkel als auch zwei Stufenwinkel immer  groß sind.

Der Unterschied ist in ihrer Lage. Zwei Winkel, die auf der selben Seite der parallelen Geraden und auf der selben Seite der schrägen, schneidenden Geraden liegen (siehe Bild), heißen .



Zwei Winkel, die hingegen auf unterschiedlichen Seiten der parallelen Geraden und auf unterschiedlichen Seiten der schrägen, schneidenden Geraden liegen (siehe Bild), heißen .



☰(26) Finde die vier Winkel, die du kennengelernt hast.

O N U F S C H N E I D E N M G Z  
 L E K N I W N E F U T S G W O F  
 K E E Z Q J V O E D A R E G O W  
 K X K N L E K N I W N E B E N A  
 I R A S P A R A L L E L M U L D  
 F A Q H F X C X P R J R X X X P  
 C I N E K G O E J V D O G R I U  
 J S C H E I T E L W I N K E L Y  
 U K R W E C H S E L W I N K E L

☰(27) Ordne die Arbeitsschritte zum Zeichnen eines Nebenwinkels. (1-6)

- Markiere einen Winkel zwischen den zwei Geraden.
- Zeichne eine erste Gerade.
- Markiere nun einen zweiten Winkel, der direkt daneben liegt. Bezeichne ihn mit  $\beta$ .
- Bezeichne den ersten Winkel mit  $\alpha$ .
- Zeichne eine zweite Gerade, welche die erste Gerade schneidet.
- Die beiden markierten Winkel sind die Nebenwinkel. Sie ergeben zusammen  $180^\circ$ .

☰(28) **Gib die gesuchten Winkel an.**

- a) geg:  $\alpha$  und  $\beta$  sind Scheitelwinkel,  $\beta = 75^\circ$   
ges.:  $\alpha$
- b) geg:  $\alpha$  und  $\beta$  sind Nebenwinkel,  $\beta = 65^\circ$   
ges.:  $\alpha$
- c) geg:  $\alpha$  und  $\beta$  sind Stufenwinkel,  $\beta = 18^\circ$   
ges.:  $\alpha$
- d) geg:  $\alpha$  und  $\beta$  sind Scheitelwinkel,  $\beta = 125^\circ$   
ges.:  $\alpha$
- e) geg:  $\alpha$  und  $\beta$  sind Wechselwinkel,  $\beta = 65^\circ$   
ges.:  $\alpha$
- f) geg:  $\alpha$  und  $\beta$  sind Nebenwinkel,  $\beta = 165^\circ$   
ges.:  $\alpha$
- g) geg:  $\alpha$  und  $\beta$  sind Nebenwinkel,  $\beta = 100^\circ$   
ges.:  $\alpha$
- h) geg:  $\alpha$  und  $\beta$  sind Wechselwinkel,  $\beta = 90^\circ$   
ges.:  $\alpha$

## Wiederholung: Winkel und Seitenlängen von Dreiecken

---

Du hast in den Arbeitsmaterialien zum Mindeststandard gelernt, Dreiecke nach ihren Winkeln und Seitenlängen zu unterscheiden. Bevor du weitere Eigenschaften kennenlernst, prüfe dein bis hierhin erlerntes Wissen mit den folgenden Aufgaben.

29



Buch S. 136

Prüfe die Aussagen der Schülerinnen und Schüler im Bild. Fertige hierfür zu jeder Aussage eine Zeichnung eines Dreiecks an, um zu beantworten, ob die Aussage wahr oder falsch ist. Schreibe anschließend eine kurze Begründung zu jeder Antwort.

Du hast im Mindeststandard auch schon weitere Eigenschaften von Dreiecken kennengelernt, z. B. dass die Innenwinkel zusammen immer  $180^\circ$  ergeben.

Es gibt aber noch weitere Eigenschaften, die du kennen solltest. Diese beziehen sich auf die Seitenlängen von Dreiecken.

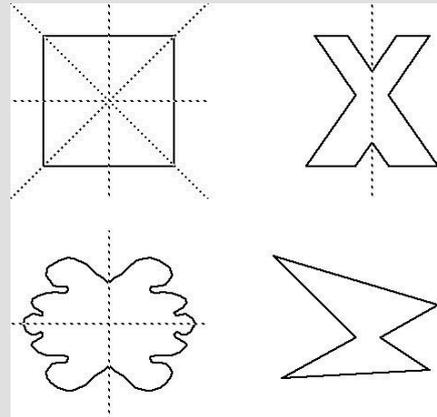
## Symmetrie

Einige Dreiecke sind achsensymmetrisch (auch spiegelsymmetrisch genannt). Dabei gilt:

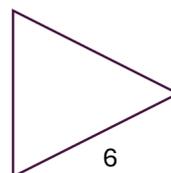
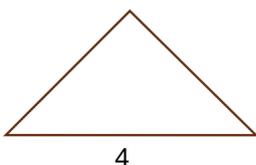
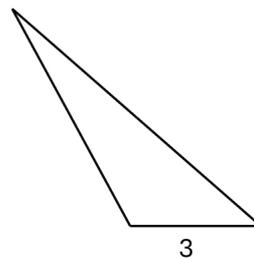
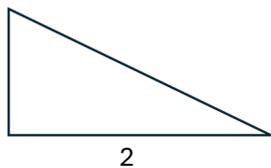
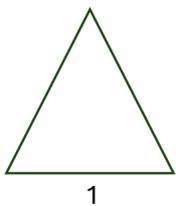
- Gleichseitige Dreiecke haben genau drei
- Symmetrieachsen (jeweils von einer Ecke zur Mitte der gegenüberliegenden Seite)
- Gleichschenklige Dreiecke haben genau eine Symmetrieachse (vom Winkel an der Spitze zur Mitte der Basisseite)
- Unregelmäßige Dreiecke haben keine Symmetrieachse

### Achsen- oder Spiegelsymmetrie

Eine Figur (z. B. ein Dreieck) ist achsensymmetrisch, wenn du sie an einer **Symmetrieachse** spiegeln kannst. Danach muss die gespiegelte Hälfte gleich aussehen wie die erste Hälfte. Daher nennt man die Achsensymmetrie auch Spiegelsymmetrie.



③⑩ Zeichne in den folgenden Dreiecken die Symmetrieachsen ein.





### Dreiecks-Ungleichung

Wenn du von einem Dreieck die Seitenlängen kennst und damit das Dreieck zeichnen sollst, lohnt es sich zu überlegen, ob ein Dreieck mit den genannten Seitenlängen überhaupt existieren kann.

- 31) Nimm dir Gegenstände, die unterschiedlich lang sind, z. B. Kugelschreiber, letzter Rest eines Buntstifts, Radiergummi, Blatt Papier, Handy, ...
- Nimm dir jeweils drei dieser Gegenstände und versuche, aus ihnen ein Dreieck zu legen. Mit welchen Gegenständen funktioniert es, mit welchen nicht? Formuliere eine Vermutung zu den Seitenlängen, damit ein Dreieck existieren kann. Du darfst dafür den Satzanfang nutzen:

**Ein Dreieck kann nur dann existieren, wenn die Länge von zwei Seiten ...**

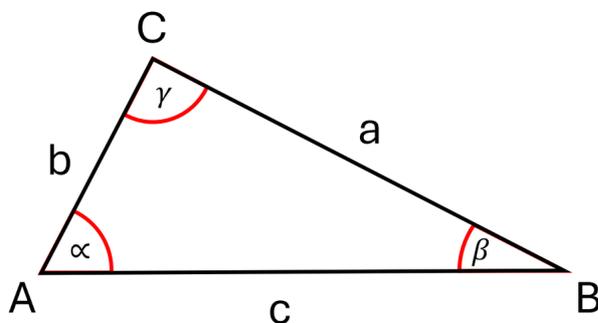


### Seiten-Winkel-Beziehung im Dreieck

- 32) Messe an den beiden Dreiecken die Seitenlängen und die Winkelgrößen. Notiere dir deine Messungen in einer Tabelle wie dieser. Fertige für beide Dreiecke eine eigene Tabelle an. Zeichne dann ein drittes, eigenes Dreieck und fertige auch für dieses Dreieck eine solche Tabelle an. Betrachte dann die Seitenlängen und die Winkelgrößen. Was fällt dir auf? Formuliere deine Vermutung!

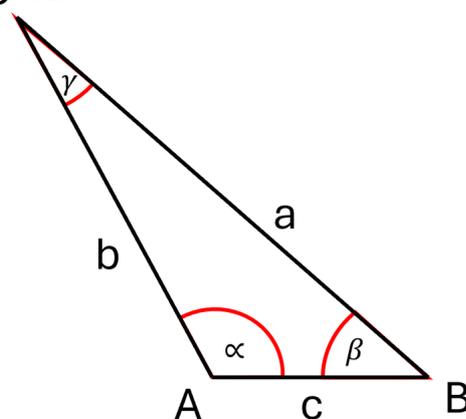
Seitenlänge	Winkelgröße
a =	$\alpha =$
b =	$\beta =$
c =	$\gamma =$

Dreieck 1



Seitenlänge	Winkelgröße
a =	$\alpha =$
b =	$\beta =$
c =	$\gamma =$

Dreieck 2



33  Buch S. 139

Hast du in Aufgabe (2) und (3) eine Vermutung formuliert. Dann öffne jetzt dein Buch und vergleiche deine Vermutungen mit den beiden Informationen unten auf der Seite.

Waren deine Vermutungen nicht korrekt? Dann übertrage die beiden Merkinhalte („**Seiten-Winkel-Beziehung im Dreieck**“ und „**Dreiecksungleichung**“) in dein Heft.

34 Überlege dir, wie gut du die Winkel und Eigenschaften von Dreiecken verstanden hast.

	sehr gut	gut	nicht so gut	überhaupt nicht gut
Ich kann 4 Winkelbeziehungen (Neben-, Scheitel-, Stufen-, Wechselwinkel) skizzieren.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Ich kenne die Eigenschaften der 4 Winkelbeziehungen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Ich kann mein Wissen über die Winkelgrößen in den Winkelbeziehungen anwenden.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Ich kann Symmetrieachsen zeichnen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Ich kenne die Dreiecks-Ungleichung.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Ich kenne die Seiten-Winkel-Beziehungen in Dreiecken.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Wenn du wenigstens 5 der 6 Kreuze bei „sehr gut“ oder „gut“ gesetzt hast, ist es vielleicht langsam Zeit für den Gelingensnachweis. Wenn noch 2 oder mehr Kreuze bei „nicht so gut“ oder „überhaupt nicht gut“ stehen, solltest du dir diesen Teil lieber nochmal anschauen.