Einführung Exponentialfunktion

Ist am Anfang eines Wachstums mehr als nur ein Mensch/Bakterium/etc. vorhanden, so erweitert man die Exponentialfunktion zu $f(x) = B_0 \cdot b^x$. (Man streckt die Funktion dabei um B_0 in y-Richtung.) B_0 gibt den Stand am Anfang des Wachstums an.

Manchmal wird die Exponentialfunktion $f(x) = B_0 \cdot b^x$ auch als $N(t) = B_0 \cdot b^t$ geschrieben. Das ist aber nur eine andere Schreibweise, bei der die Variable t (statt x) verwendet wird.

Gelegentlich ist der Parameter b auch in Prozent angegeben. Hier musst du die Prozentzahl in Dezimalzahlen umrechnen.

Also ist ganz egal, welche Buchstaben wir verwenden. Wichtig ist, dass **x der Exponent** ist.

Eigenschaften der Exponentialfunktion (1/3)

Versuche nun in den folgenden Aufgaben, ein paar der Eigenschaften der Exponentialfunktion selbst herauszufinden. Entscheide jeweils, welche Antworten richtig sind. Du kannst die Funktionsgleichung in deinen Taschenrechner oder GeoGebra eingeben und dir anzeigen lassen, um verschiedene Funktionen auszuprobieren.

Link zu GeoGebra

① Die Exponentialfunktion in ihrer einfachsten Form $f(x) = 2^x$ ...

- ◯ ...schneidet die y-Achse.
- ◯ ...verläuft durch den Punkt (2,4).
- ◯ ...schneidet die x-Achse.
- ◯ ...verläuft durch den Punkt (3,3).
- ◯ ...hat die Form einer Parabel.

② Betrachte die Exponentialfunktion $f(x) = b^x$ mit $b > 1$. Also z.B. $f(x) = 3^x$ oder $f(x) = 4{,}5^x$. Welche Eigenschaft(en) treffen zu?

- ◯ Die Funktionswerte steigen mit größer werdenden x-Werten. (streng monoton steigend)
- ◯ Je größer der Wert von *b*, desto steiler ist der Graph von f für positive x-Werte.
- ◯ Die Funktionswerte fallen mit größer werdenden x-Werten. (streng monoton fallend)
- ◯ Der Graph der Funktion besitzt steigende und fallende Intervalle.
- ◯ Je größer der Wert von *b*, desto flacher ist der Graph von f für positive x-Werte.

Eigenschaften der Exponentialfunktion (2/3)

③ Gilt für die Funktion $f(x) = b^x$, dass b beliebige Werte größer Null annehmen kann, dann...

- ◯ ...ist sie für b=1 keine Exponentialfunktion mehr.
- ◯ ...fällt ihr Graph, wenn man *b* aus dem Intervall]0;1[wählt.
- ◯ ...verläuft ihr Graph **immer** durch den Punkt (0,1).
- ◯ ... steigen ihre Funktionswerte immer mit größer werdenden x-Werten an. (streng monoton steigend)
- ◯ ...kann ihr Graph die x-Achse schneiden.

④ Wenn die Exponentialfunktion in der allgemeinen Form $f(x) = B_0 \cdot b^x$ gegeben ist und für N_0 und b nur positive Werte eingesetzt werden, dann...

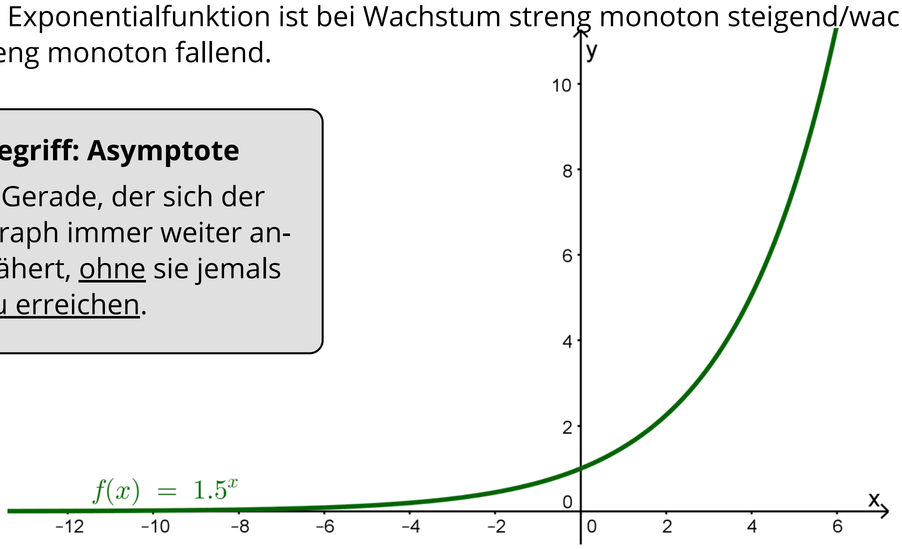
- ◯ ...hängt es vom Faktor N_0 ab, an welcher Stelle die y-Achse geschnitten wird.
- ◯ ...kann mit ihr Wachstum oder Zerfall beschrieben werden.
- ◯ ...hängt es vom Faktor N_0 ab, ob der Graph der Funktion steigt oder fällt.
- ◯ ...darf für N_0 nicht der Wert 1 gewählt werden.
- ◯ ...hängt es von N_0 und b ab, an welcher Stelle die x-Achse geschnitten wird.

Eigenschaften der Exponentialfunktion (3/3)

Du hast vielleicht folgende Eigenschaften von $B(t) = b^t\ (b > 0)$ herausgefunden:

- Die Exponentialfunktion hat nur positive Funktionswerte.
- Die Exponentialfunktion geht durch den Punkt (0|1).
- Die Exponentialfunktion nähert sich auf einer Seite der x-Achse an. Die x-Achse ist also eine **Asymptote**.
- Die Exponentialfunktion ist bei Wachstum streng monoton steigend/wachsend und bei Zerfall streng monoton fallend.

Begriff: Asymptote
= Gerade, der sich der Graph immer weiter annähert, ohne sie jemals zu erreichen.



Parameter b:

- für $b < 1$: Zerfall
- für $b = 1$: $N(t) = 1^t = 1$ ⇒ keine Exponentialfunktion
- für $b > 1$: Wachstum

Man nennt b daher Wachstums- bzw. Zerfallsfaktor

Bedenke: Wie jede Funktion kann man auch die Exponentialfunktion $f(x) = b^x$

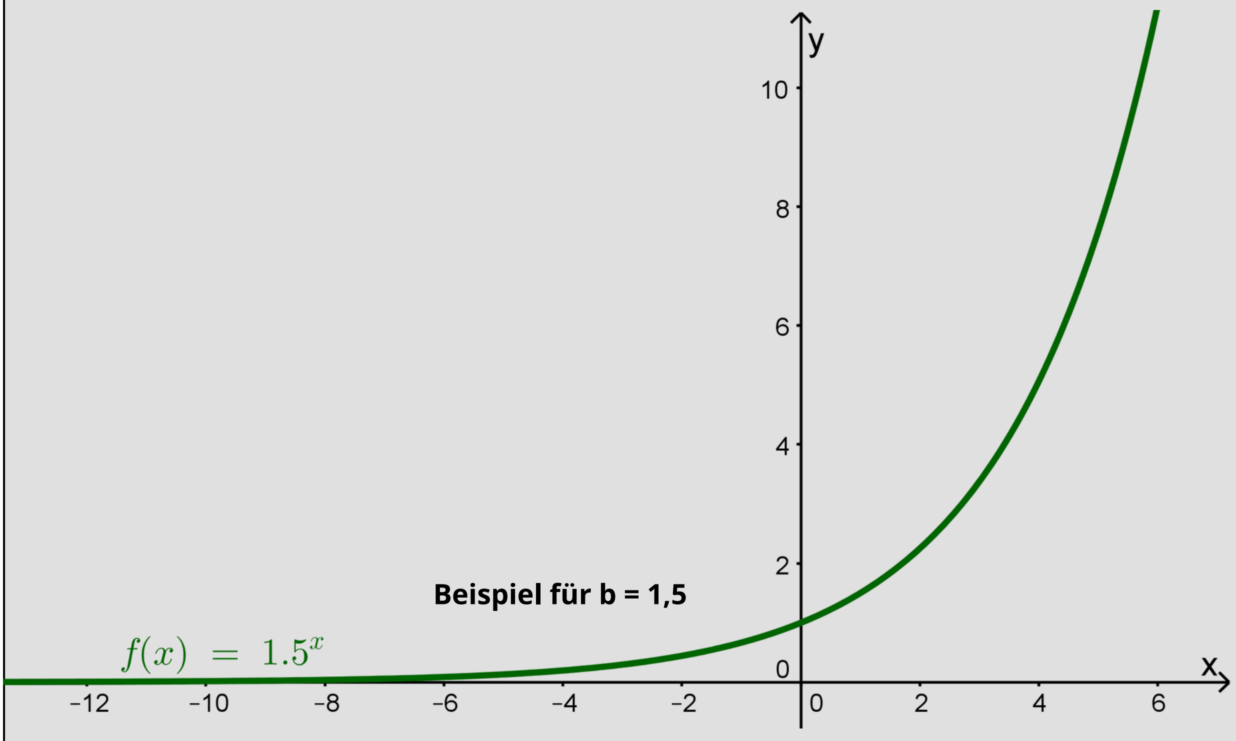
- verschieben
- stauchen und strecken
- spiegeln

So kannst du z.B. mit dem Faktor B_0 die Funktion stauchen bzw. spiegeln.

Eigenschaften von Exponentialfunktionen

Eigenschaften: Die Exponentialfunktion $f(x) = b^x$

- ist stets positiv
- geht durch den Punkt (0|1)
- nähert sich asymptotisch an die x-Achse an
- ist, abhängig von b, streng monoton fallend bzw. streng monoton steigend



Hinweis: Gleichungen, bei denen eine Variable im Exponenten vorkommt (z.B. $2^x = 12$), kannst du rechnerisch noch nicht lösen. Hierzu benötigst du den Logarithmus.