

# AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

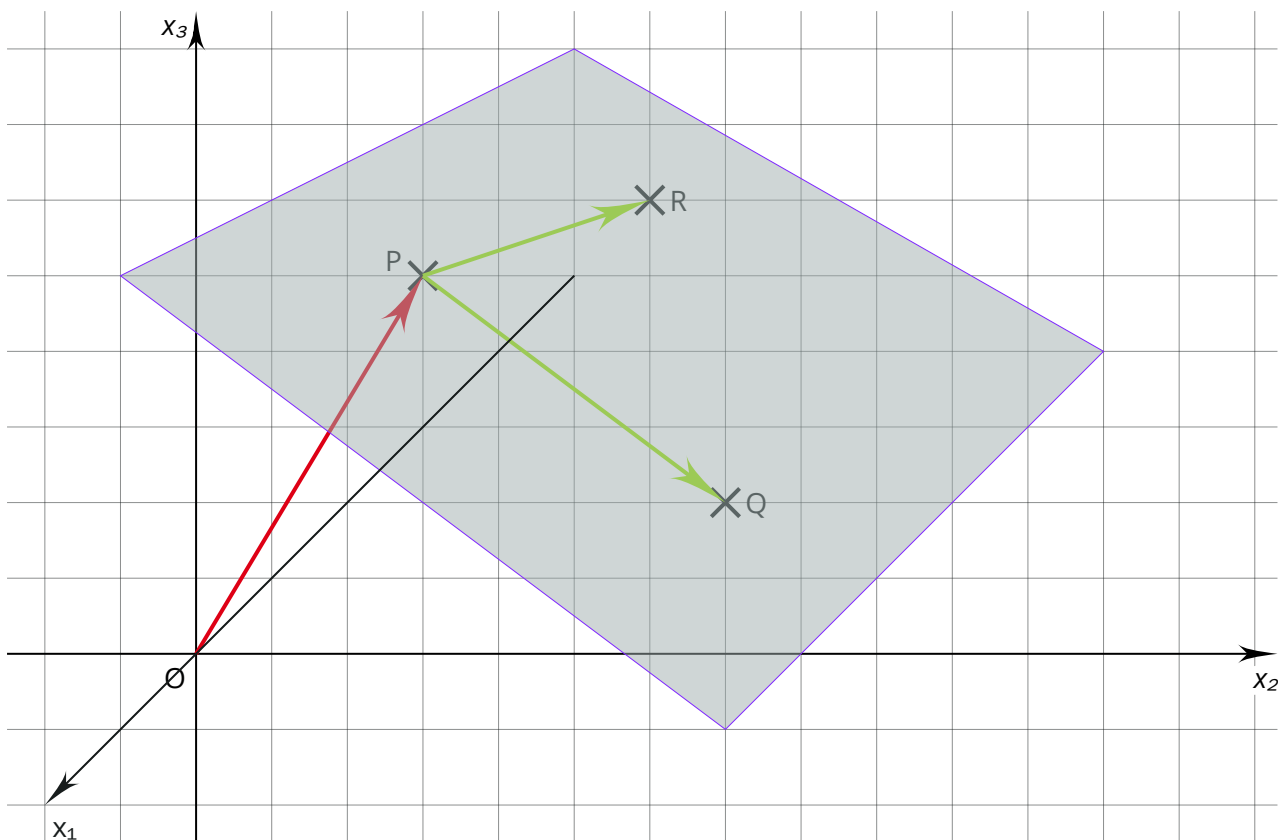


## Reflektionsfragen

Bevor du mit den Aufgaben beginnst, solltest du kurz über die folgenden Fragen nachdenken. Wenn du zu einer Frage keine Idee hast, lies noch einmal in der INFO nach.

- ⇒ Wie viele Punkte werden mindestens benötigt, um eine Ebenengleichung aufzustellen?
- ⇒ Welche Vektoren kommen in einer Ebenengleichung vor?
- ⇒ Welche Rolle spielen die Parameter in einer Ebenengleichung?
- ⇒ Wie groß ist eine Ebene?

- ① Die Punkte  $P$ ,  $Q$  und  $R$  liegen nicht auf einer Geraden und legen somit eine Ebene eindeutig fest. Gib an, welche Vektoren bei dieser Ebene die Spannvektoren sind und welcher Vektor der Stützvektor ist.



# AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

- ② Tom und Leon haben jeweils eine Ebenengleichung mit den Punkten  $A(1|0|3)$ ,  $B(0|0|2)$  und  $C(-4|2|1)$  aufgestellt. Dabei sind sie unterschiedlich vorgegangen. Obwohl sie zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen, beschreiben beide die gleiche Ebene  $E$ .  
Vergleiche ihre Rechenwege und begründe, warum beide Rechenwege richtig sind.

## 👁 Rechenweg von Tom

$$E: \vec{x} = \vec{OA} + r \cdot \vec{AB} + s \cdot \vec{AC}$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

## 👁 Rechenweg von Leon

$$E: \vec{x} = \vec{OB} + r \cdot \vec{BA} + s \cdot \vec{AC}$$

$$\vec{BA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$



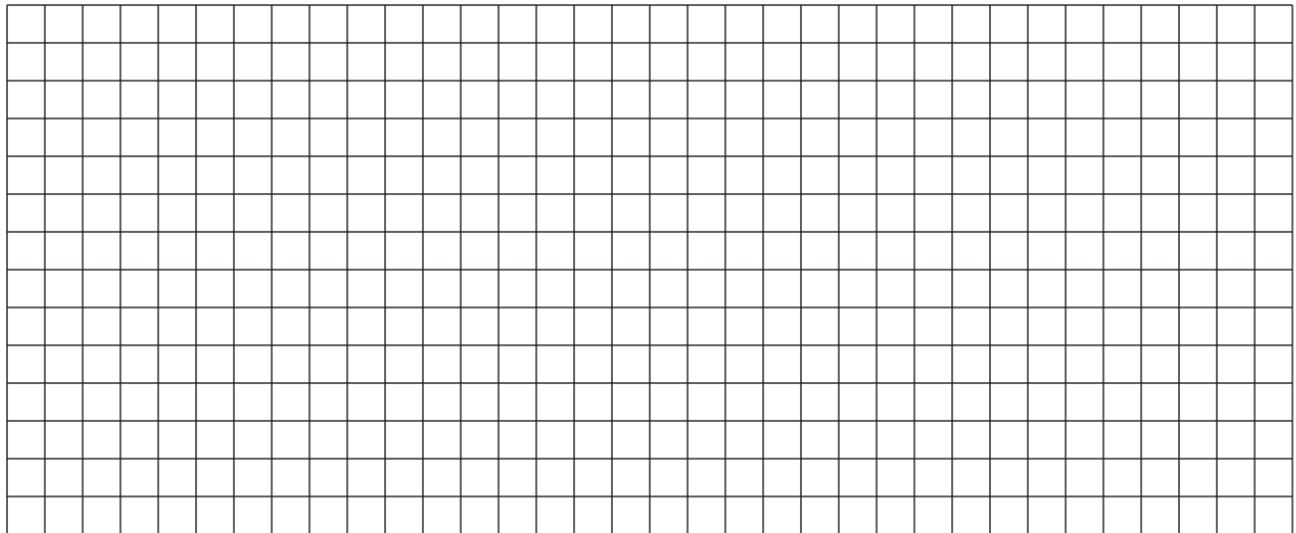
# AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

③ Die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  legen die Ebene  $E$  eindeutig fest. Gib eine zugehörige Ebenengleichung an.

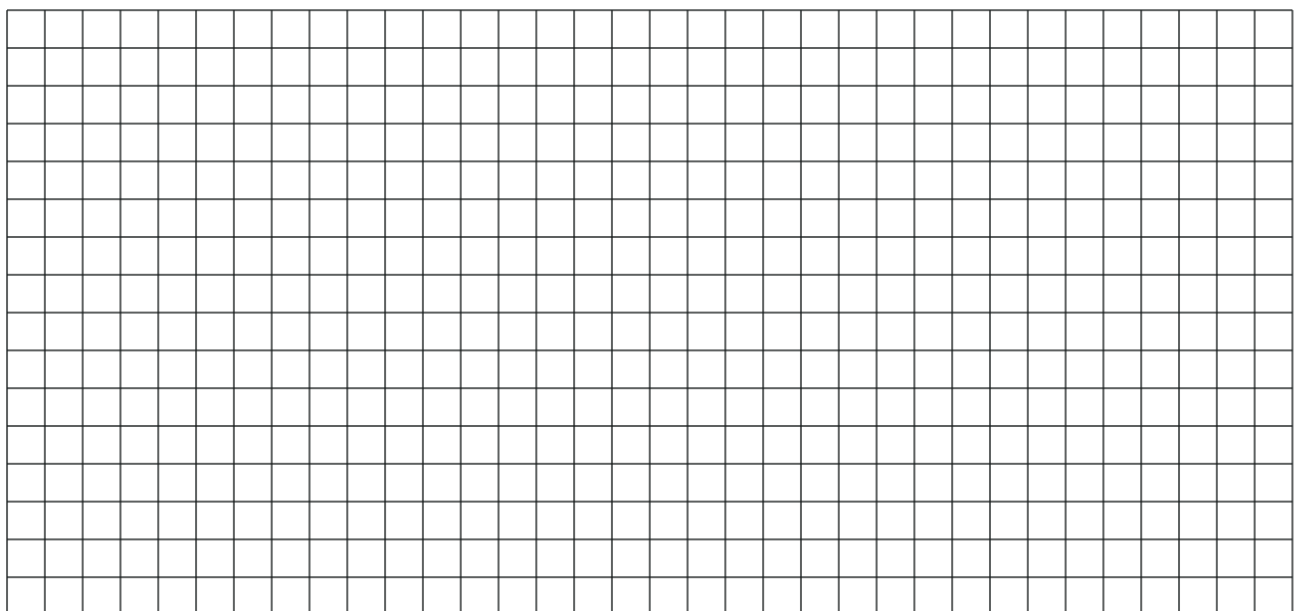
a)  $A(2|0|7)$ ,  $B(1|-1|3)$ ,  $C(0|-2|1)$

b)  $A(-3|1|5)$ ,  $B(2|-2|4)$ ,  $C(1|6|5)$



④ Stelle eine Ebene aus den gegebenen sich schneidenden Geraden auf.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



# AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

⑤ Ermittle, welche Punkte der Ebene  $E$  mithilfe der Parameter beschrieben werden.

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a)  $r = 2, s = 1$

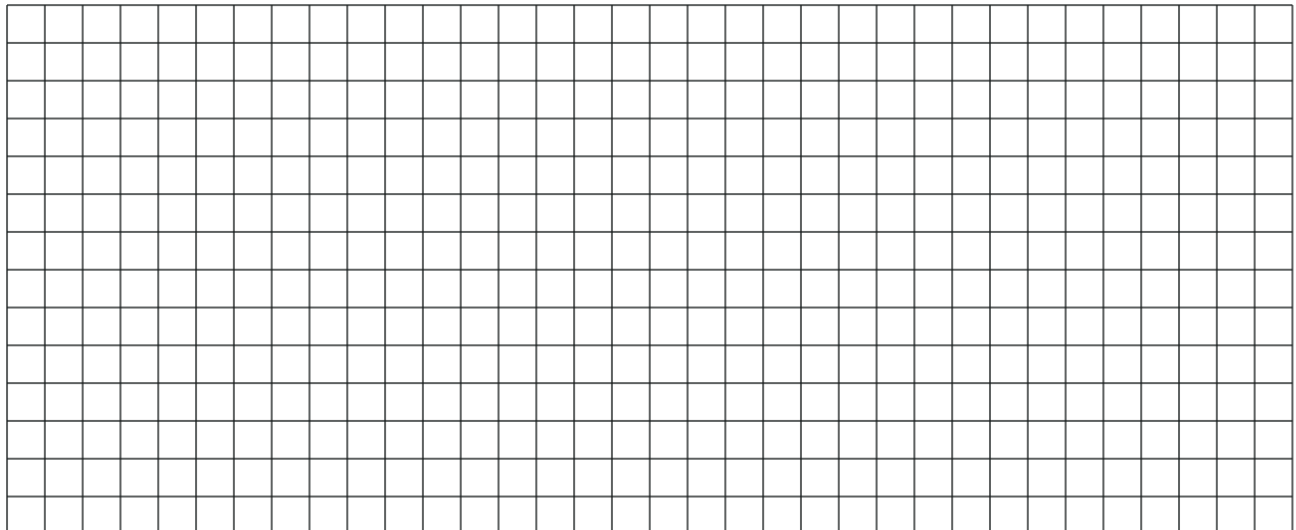
b)  $r = -2, s = 3$

 **Beispiel**

$r = 1, s = 2$

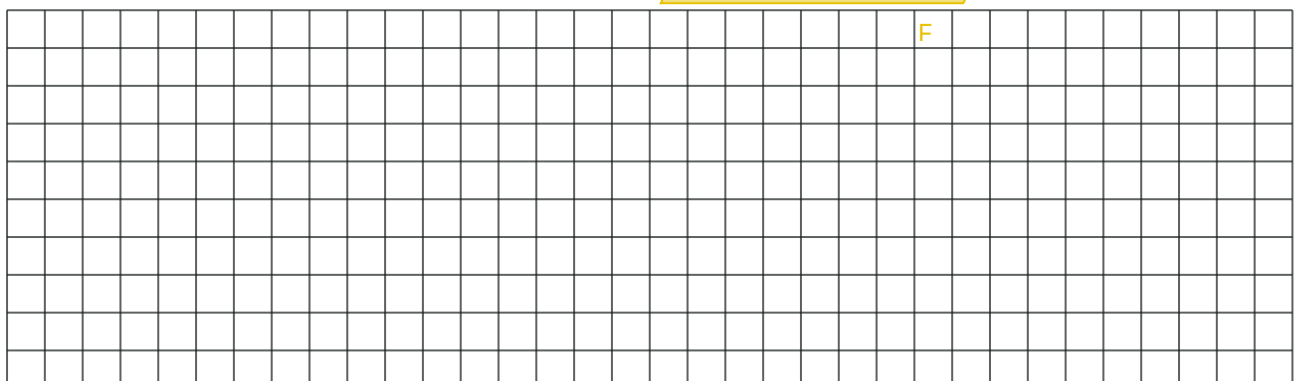
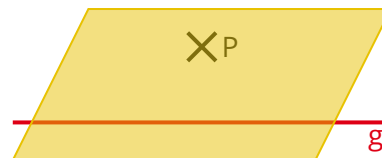
$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$X(8|-4|0)$



⑥ Die Gerade  $g$  und der Punkt  $P(2|3|-2)$  liegen in der Ebene  $E$ . Bestimme die Ebenengleichung.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$



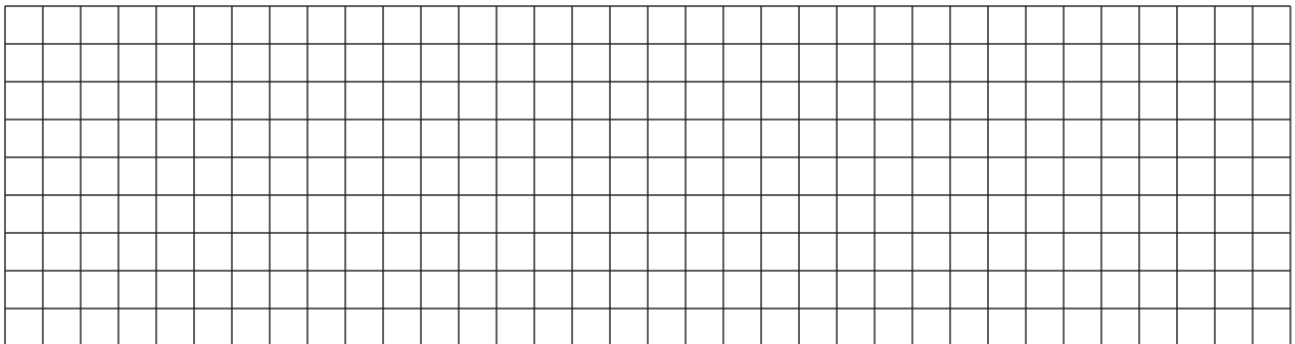
# AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

⑦ Die parallelen Geraden  $g$  und  $h$  liegen in der Ebene  $E$ . Bestimme die Ebenengleichung.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$



⑧ Erläutere, warum die Spannvektoren einer Ebene nicht linear abhängig sein dürfen.

---

---

---



## Merkzettel

Überlege dir, wie du wichtige Inhalte festhalten möchtest. (Beispiele: Merkzettel, Glossar anlegen, Erklärvideo aufnehmen, Karteikarten schreiben)

Folgende Inhalte solltest du festhalten:

- Wie ist eine Ebenengleichung in Parameterform aufgebaut?
- Schritt für Schritt: Ebene aus drei Punkten aufstellen
- Weitere Möglichkeiten eine Ebene aufzustellen (zB aus zwei Geradengleichungen)

