

AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

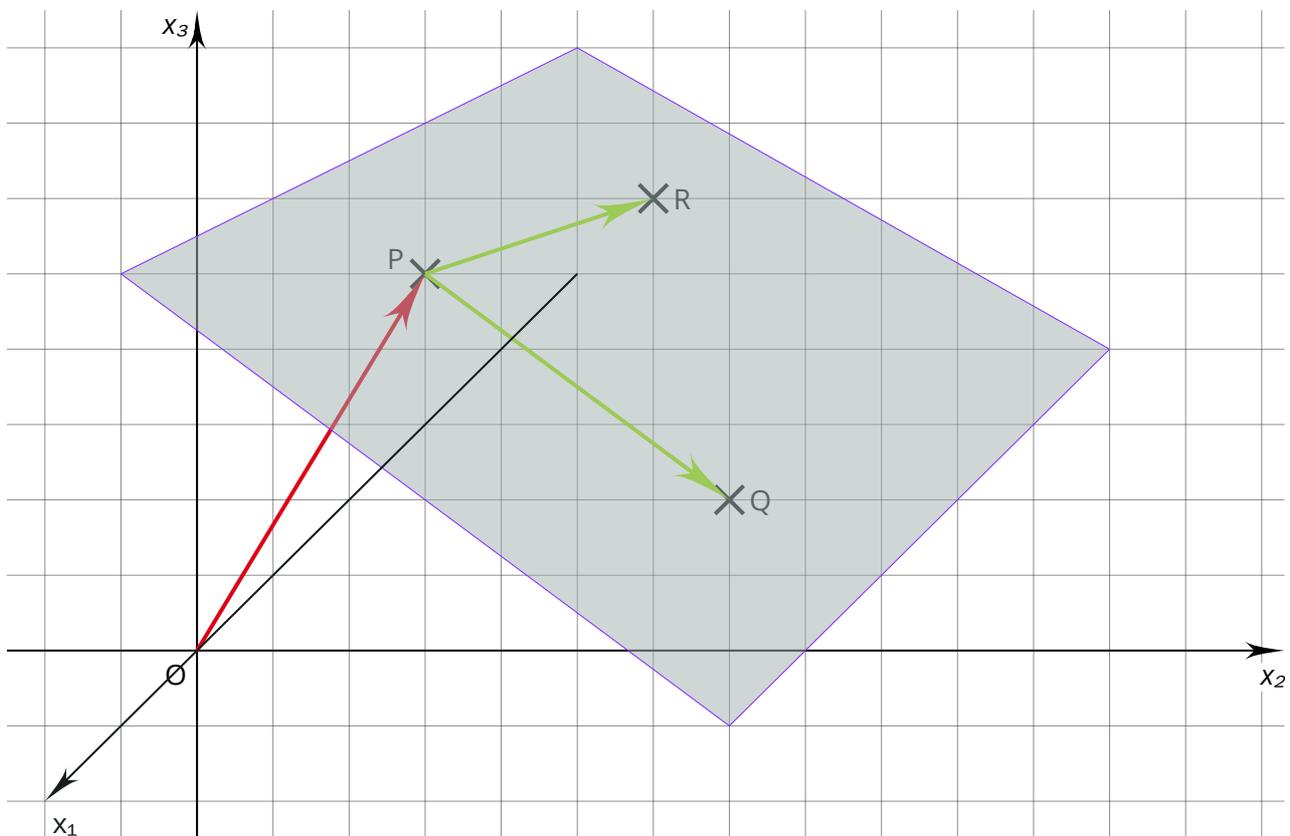
Mathematik Vektoren 12

💡 Reflektionsfragen

Bevor du mit den Aufgaben beginnst, solltest du kurz über die folgenden Fragen nachdenken. Wenn du zu einer Frage keine Idee hast, lies noch einmal in der INFO nach.

- ⇒ Wie viele Punkte werden mindestens benötigt, um eine Ebenengleichung aufzustellen?
- ⇒ Welche Vektoren kommen in einer Ebenengleichung vor?
- ⇒ Welche Rolle spielen die Parameter in einer Ebenengleichung?
- ⇒ Wie groß ist eine Ebene?

① Die Punkte P , Q und R liegen nicht auf einer Geraden und legen somit eine Ebene eindeutig fest. Gib an, welche Vektoren bei dieser Ebene die Spannvektoren sind und welcher Vektor der Stützvektor ist.





AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

- ② Tom und Leon haben jeweils eine Ebenengleichung mit den Punkten $A(1|0|3)$, $B(0|0|2)$ und $C(-4|2|1)$ aufgestellt. Dabei sind sie unterschiedlich vorgegangen. Obwohl sie zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen, beschreiben beide die gleiche Ebene E .
Vergleiche ihre Rechenwege und begründe, warum beide Rechenwege richtig sind.

👁 Rechenweg von Tom

$$E: \vec{x} = \vec{OA} + r \cdot \vec{AB} + s \cdot \vec{AC}$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

👁 Rechenweg von Leon

$$E: \vec{x} = \vec{OB} + r \cdot \vec{BA} + s \cdot \vec{AC}$$

$$\vec{BA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$



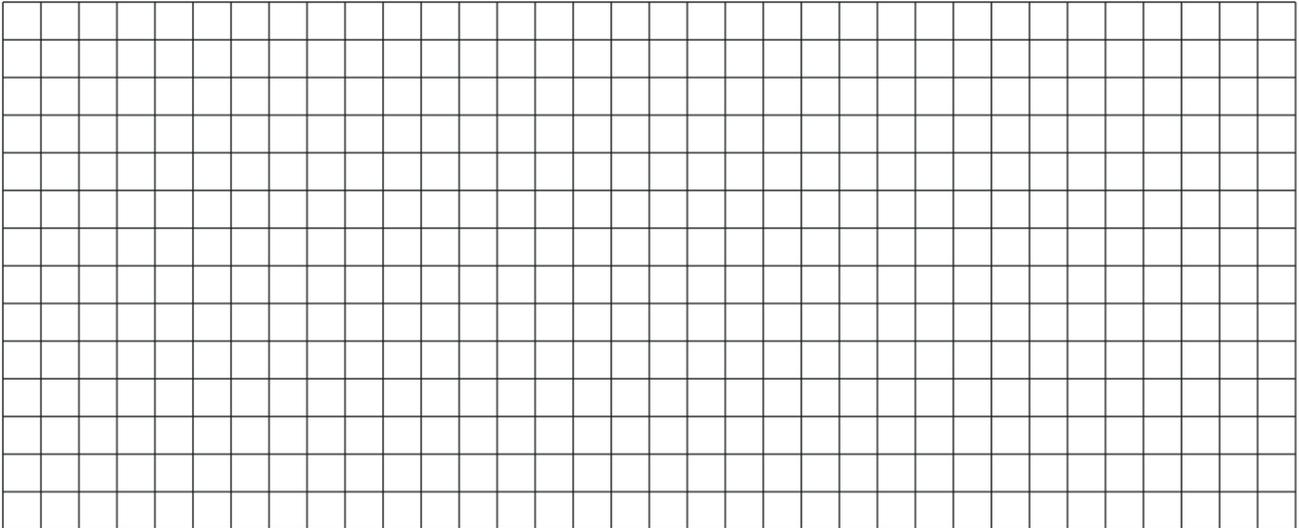
AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

③ Die Punkte A , B und C legen die Ebene E eindeutig fest. Gib eine zugehörige Ebenengleichung an.

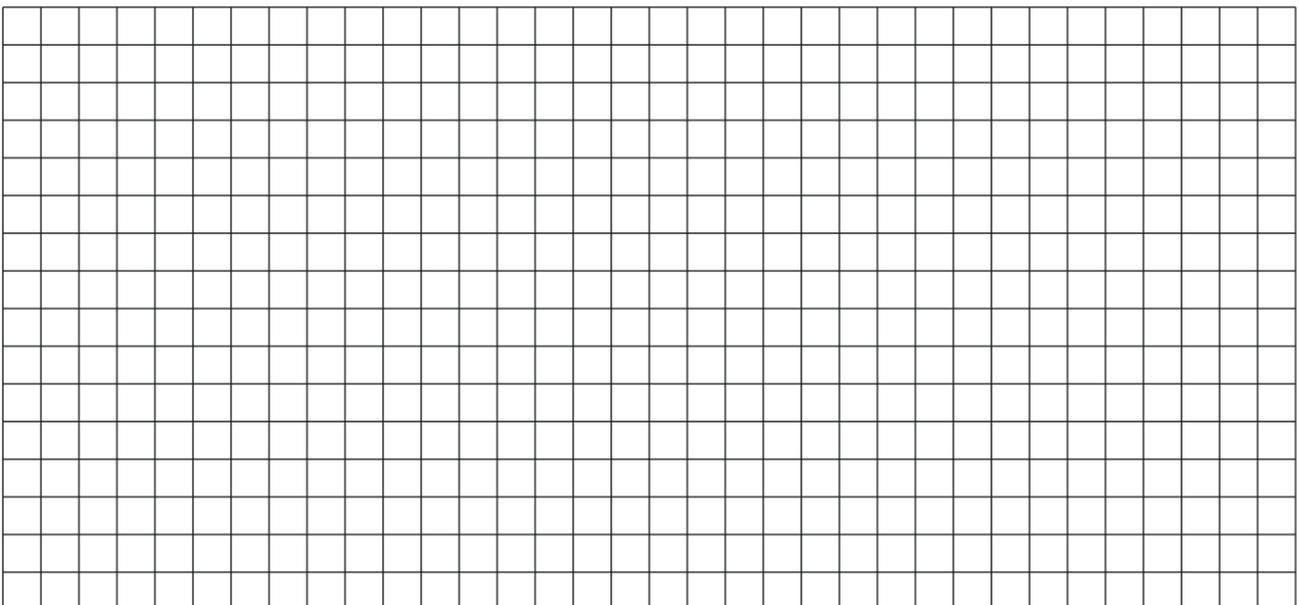
a) $A(2|0|7)$, $B(1|-1|3)$, $C(0|-2|1)$

b) $A(-3|1|5)$, $B(2|-2|4)$, $C(1|6|5)$



④ Stelle eine Ebene aus den gegebenen sich schneidenden Geraden auf.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

⑤ Ermittle, welche Punkte der Ebene E mithilfe der Parameter beschrieben werden.

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) $r = 2, s = 1$

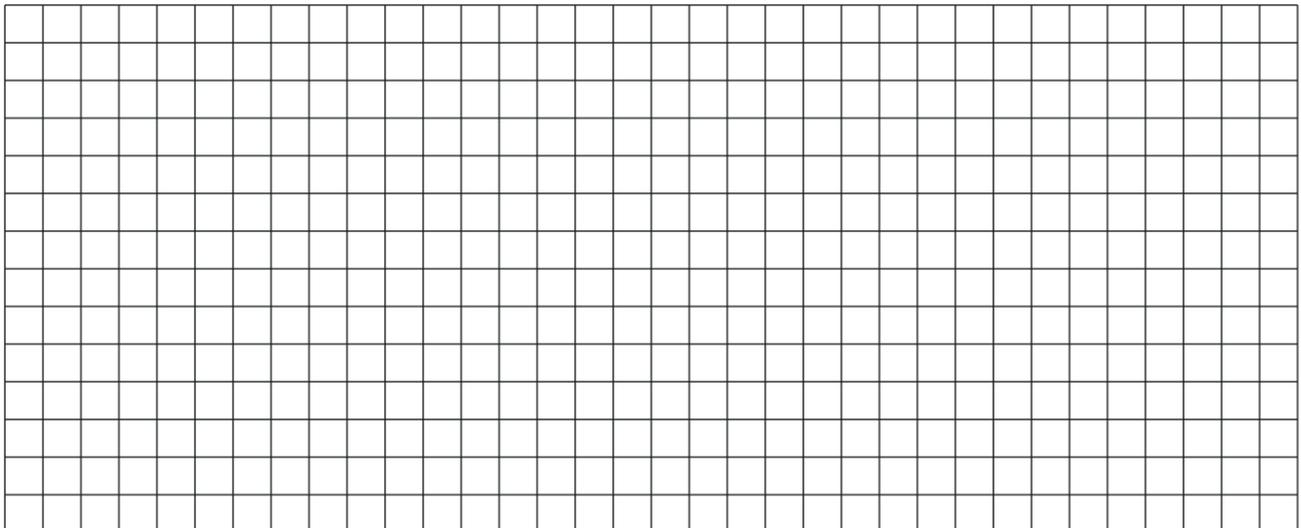
b) $r = -2, s = 3$

 **Beispiel**

$r = 1, s = 2$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$X(8|-4|0)$



⑥ Die Gerade g und der Punkt $P(2|3|-2)$ liegen in der Ebene E . Bestimme die Ebenengleichung.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

