

AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

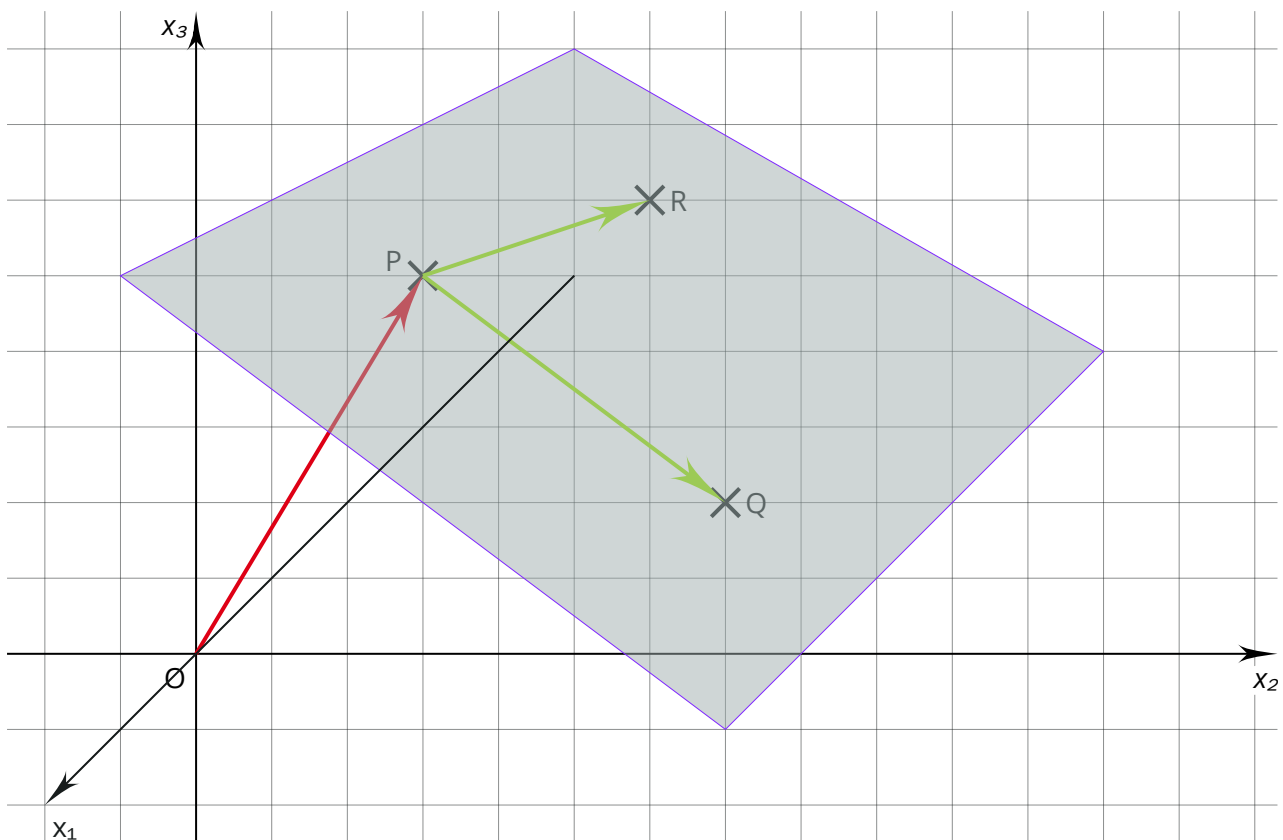


Reflektionsfragen

Bevor du mit den Aufgaben beginnst, solltest du kurz über die folgenden Fragen nachdenken. Wenn du zu einer Frage keine Idee hast, lies noch einmal in der INFO nach.

- ⇒ Wie viele Punkte werden mindestens benötigt, um eine Ebenengleichung aufzustellen?
- ⇒ Welche Vektoren kommen in einer Ebenengleichung vor?
- ⇒ Welche Rolle spielen die Parameter in einer Ebenengleichung?
- ⇒ Wie groß ist eine Ebene?

- ① Die Punkte P , Q und R liegen nicht auf einer Geraden und legen somit eine Ebene eindeutig fest. Gib an, welche Vektoren bei dieser Ebene die Spannvektoren sind und welcher Vektor der Stützvektor ist.



AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

- ② Tom und Leon haben jeweils eine Ebenengleichung mit den Punkten $A(1|0|3)$, $B(0|0|2)$ und $C(-4|2|1)$ aufgestellt. Dabei sind sie unterschiedlich vorgegangen. Obwohl sie zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen, beschreiben beide die gleiche Ebene E .
Vergleiche ihre Rechenwege und begründe, warum beide Rechenwege richtig sind.

👁 Rechenweg von Tom

$$E: \vec{x} = \vec{OA} + r \cdot \vec{AB} + s \cdot \vec{AC}$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

👁 Rechenweg von Leon

$$E: \vec{x} = \vec{OB} + r \cdot \vec{BA} + s \cdot \vec{AC}$$

$$\vec{BA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$



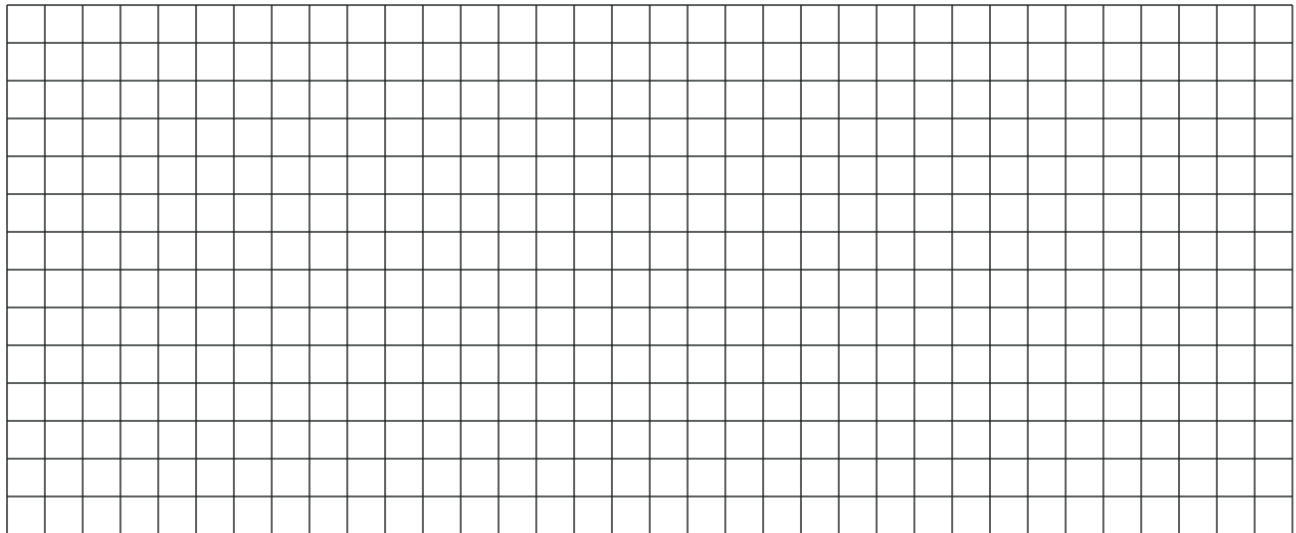
AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

③ Die Punkte A , B und C legen die Ebene E eindeutig fest. Gib eine zugehörige Ebenengleichung an.

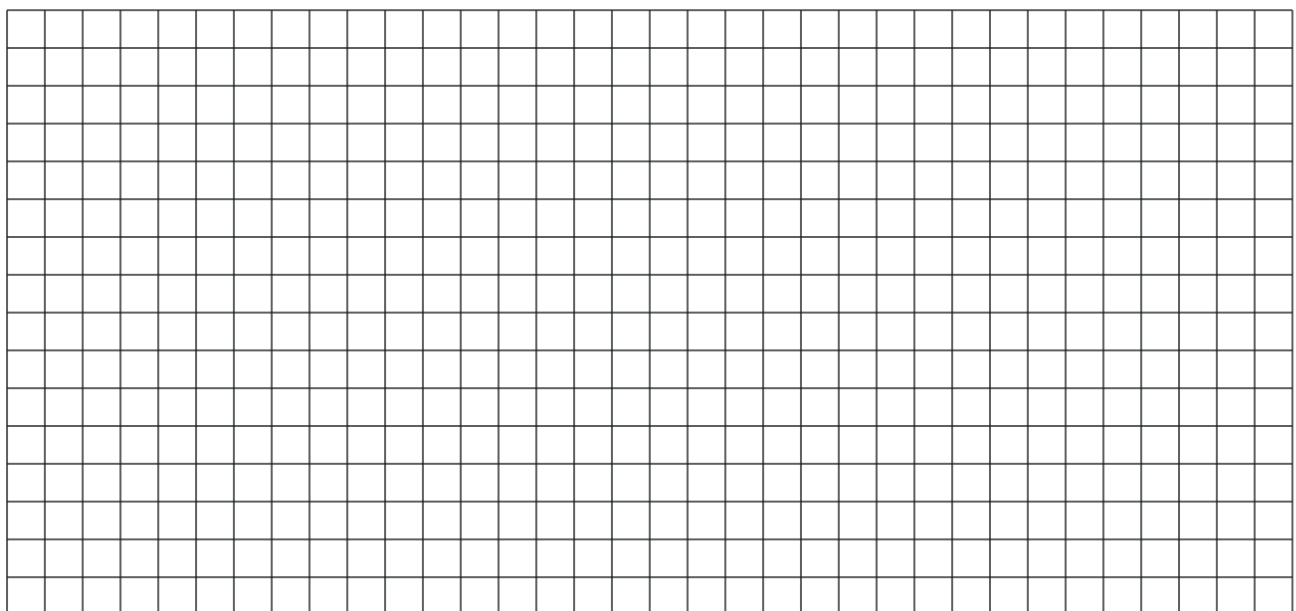
a) $A(2|0|7)$, $B(1|-1|3)$, $C(0|-2|1)$

b) $A(-3|1|5)$, $B(2|-2|4)$, $C(1|6|5)$



④ Stelle eine Ebene aus den gegebenen sich schneidenden Geraden auf.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

⑤ Ermittle, welche Punkte der Ebene E mithilfe der Parameter beschrieben werden.

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) $r = 2, s = 1$

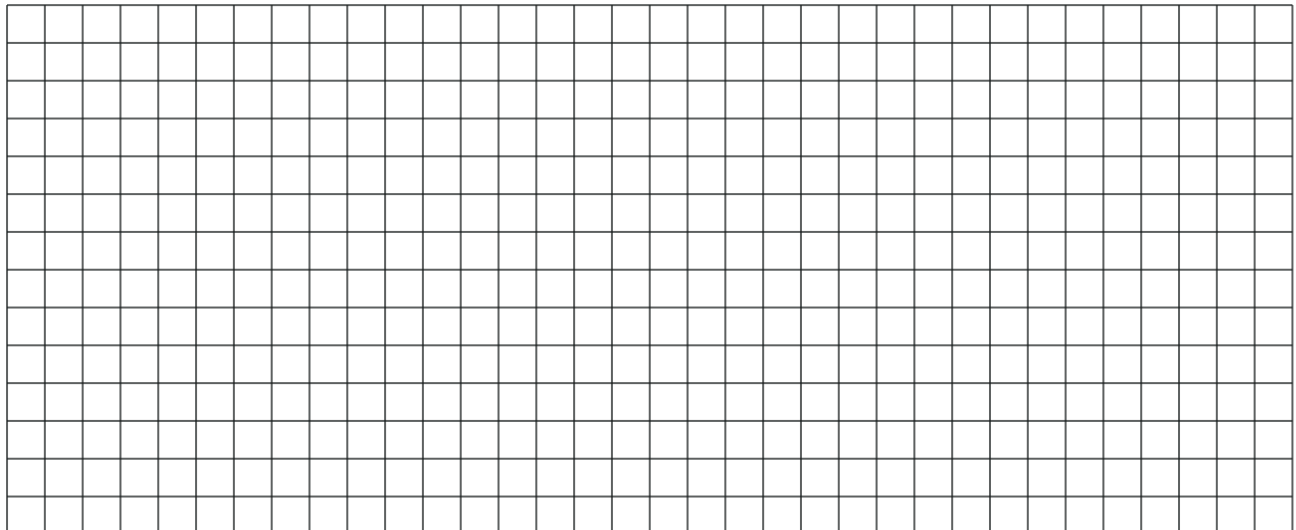
b) $r = -2, s = 3$

 **Beispiel**

$r = 1, s = 2$

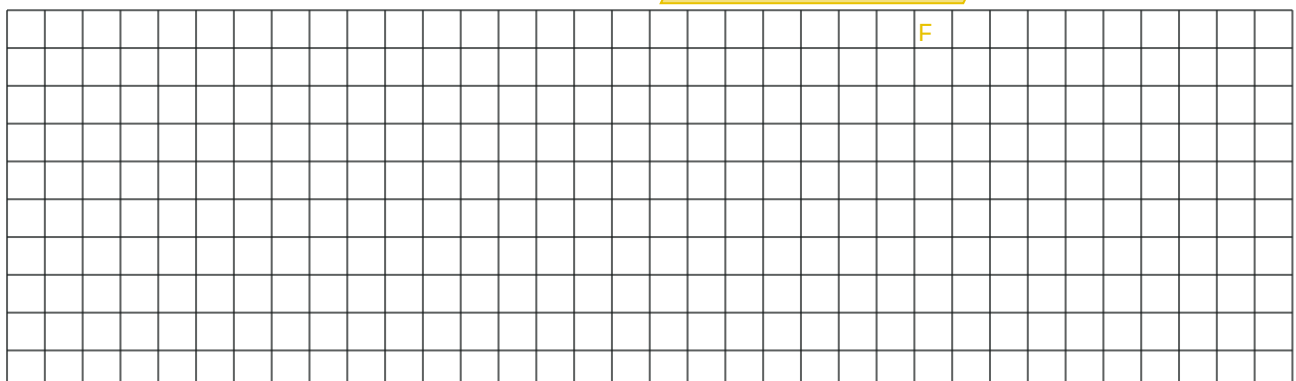
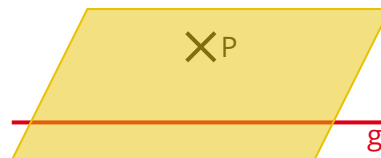
$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$X(8|-4|0)$



⑥ Die Gerade g und der Punkt $P(2|3|-2)$ liegen in der Ebene E . Bestimme die Ebenengleichung.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$



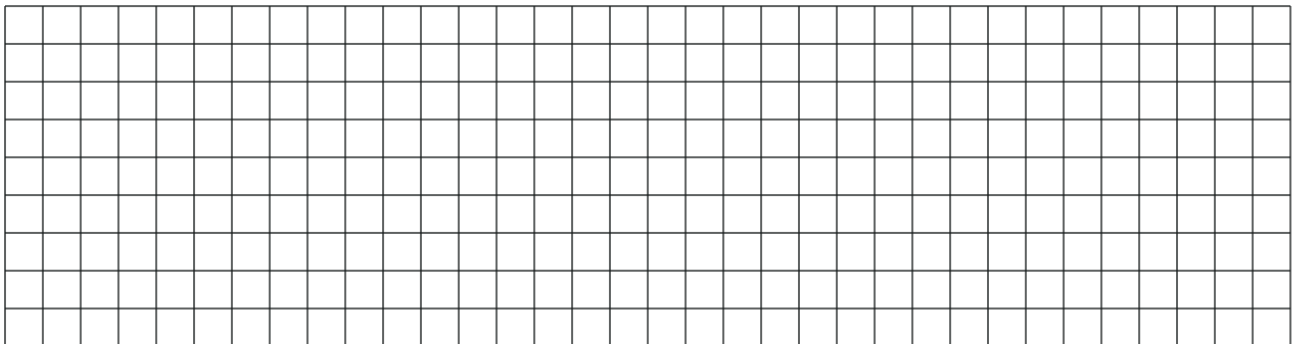
AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

⑦ Die parallelen Geraden g und h liegen in der Ebene E . Bestimme die Ebenengleichung.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$



⑧ Erläutere, warum die Spannvektoren einer Ebene nicht linear abhängig sein dürfen.



Merkzettel

Überlege dir, wie du wichtige Inhalte festhalten möchtest. (Beispiele: Merkzettel, Glossar anlegen, Erklärvideo aufnehmen, Karteikarten schreiben)

Folgende Inhalte solltest du festhalten:

- Wie ist eine Ebenengleichung in Parameterform aufgebaut?
- Schritt für Schritt: Ebene aus drei Punkten aufstellen
- Weitere Möglichkeiten eine Ebene aufzustellen (zB aus zwei Geradengleichungen)

