

Mathematik Vektoren 12



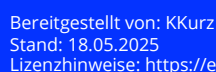
Liegt ein Punkt in der Ebene E ?

$$E: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC}, \text{ mit } r \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R}$$

Beispielaufgabe

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Untersuchung von Punkt P

[illegible][illegible]



3) Das LGS enthält drei Gleichungen und zwei Unbekannte. Nutze die ersten beiden Gleichungen, um r und s zu bestimmen:

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high. There are no margins or additional markings on the page.

4) Führe mit der dritten Gleichung die Probe durch:

[illegible]

5) Das LGS hat Lösung. Die Punktprobe ist . Der Punkt P in der Ebene E .

Untersuchung von Punkt Q

Führe die Schritte 1) bis 5) zur Untersuchung von Punkt Q ebenfalls durch. Nutze für die Rechnungen dein Heft.



INPUT: Eine Punktprobe durchführen

Mathematik Vektoren 12

Lösung - Untersuchung von Punkt P

Schritt 1) Gleichsetzen

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 2) LGS aufstellen

$$I. \quad -4 = 2 - 2r - 2s$$

$$II. \quad 5 = 4 + 1r - 1s$$

$$III. \quad 4 = -1 + 3r + 1s$$

Schritt 3) I und II vereinfachen und eine Variable (evtl. Additionsverfahren) eliminieren und in die andere Gleichung einsetzen.

$$I. \quad -4 = 2 - 2r - 2s \quad | -2$$

$$II. \quad 5 = 4 + 1r - 1s \quad | -6$$

$$I_a. \quad -6 = -2r - 2s$$

$$II_a. \quad -1 = 1r - 1s$$

$$I_a + 2 \cdot II_a: \quad -8 = -4s$$

$$s = 2 \text{ in } II_a \Rightarrow r = 1$$

Schritt 4) r und s in III Gleichung einsetzen

$$III. \quad 4 = -1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 2$$

$$4 = 4 \quad \checkmark$$

Schritt 5)

Das LGS hat genau eine Lösung. Die Punktprobe ist positiv. Der Punkt P liegt in der Ebene E .





INPUT: Eine Punktprobe durchführen

Mathematik Vektoren 12

Lösung - Untersuchung von Punkt Q

Schritt 1) Gleichsetzen

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 2) VLGS aufstellen.

$$I. \quad 2 = 2 - 2r - 2s$$

$$II. \quad 3 = 4 + 1r - 1s$$

$$III. \quad 3 = -1 + 3r + 1s$$

Schritt 3) I und II vereinfachen und eine Variable (evtl. Additionsverfahren) eliminieren und in die andere Gleichung einsetzen.

$$I. \quad 2 = 2 - 2r - 2s \quad | -2$$

$$II. \quad 3 = 4 + 1r - 1s \quad | -4$$

$$I_a. \quad 0 = -2r - 2s$$

$$II_a. \quad -1 = 1r - 1s$$

$$I_a + 2 \cdot II_a: \quad -2 = -4s$$

$$s = 0,5 \text{ in } II_a \Rightarrow r = -0,5$$

Schritt 4) r und s in III einsetzen

$$III. \quad 3 = -1 + 3 \cdot 0,5 + 1 \cdot (-0,5) \\ 3 \neq 0$$

Schritt 5)

Das LGS hat keine Lösung. Die Punktprobe ist negativ. Der Punkt Q liegt nicht in der Ebene E .

