

Mathematik Vektoren 12



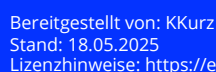
Liegt ein Punkt in der Ebene E ?

$$E: \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC}, \text{ mit } r \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R}$$

Beispielaufgabe

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Untersuchung von Punkt P

[illegible][illegible]



INPUT: Eine Punktprobe durchführen

Mathematik Vektoren 12

Lösung - Untersuchung von Punkt P

Schritt 1) Gleichsetzen

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 2) LGS aufstellen

$$I. \quad -4 = 2 - 2r - 2s$$

$$II. \quad 5 = 4 + 1r - 1s$$

$$III. \quad 4 = -1 + 3r + 1s$$

Schritt 3) I und II vereinfachen und eine Variable (evtl. Additionsverfahren) eliminieren und in die andere Gleichung einsetzen.

$$I. \quad -4 = 2 - 2r - 2s \quad | -2$$

$$II. \quad 5 = 4 + 1r - 1s \quad | -6$$

$$I_a. \quad -6 = -2r - 2s$$

$$II_a. \quad -1 = 1r - 1s$$

$$I_a + 2 \cdot II_a: \quad -8 = -4s$$

$$s = 2 \text{ in } II_a \Rightarrow r = 1$$

Schritt 4) r und s in III Gleichung einsetzen

$$III. \quad 4 = -1 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 2$$

$$4 = 4 \quad \checkmark$$

Schritt 5)

Das LGS hat genau eine Lösung. Die Punktprobe ist positiv. Der Punkt P liegt in der Ebene E .





INPUT: Eine Punktprobe durchführen

Mathematik Vektoren 12

Lösung - Untersuchung von Punkt Q

Schritt 1) Gleichsetzen

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 2) VLGS aufstellen.

$$I. \quad 2 = 2 - 2r - 2s$$

$$II. \quad 3 = 4 + 1r - 1s$$

$$III. \quad 3 = -1 + 3r + 1s$$

Schritt 3) I und II vereinfachen und eine Variable (evtl. Additionsverfahren) eliminieren und in die andere Gleichung einsetzen.

$$I. \quad 2 = 2 - 2r - 2s \quad | -2$$

$$II. \quad 3 = 4 + 1r - 1s \quad | -4$$

$$I_a. \quad 0 = -2r - 2s$$

$$II_a. \quad -1 = 1r - 1s$$

$$I_a + 2 \cdot II_a: \quad -2 = -4s$$

$$s = 0,5 \text{ in } II_a \Rightarrow r = -0,5$$

Schritt 4) r und s in III einsetzen

$$III. \quad 3 = -1 + 3 \cdot 0,5 + 1 \cdot (-0,5)$$
$$3 \neq 0$$

Schritt 5)

Das LGS hat keine Lösung. Die Punktprobe ist negativ. Der Punkt Q liegt nicht in der Ebene E .

