

Definition: gemischtquadratische Gleichung

Eine gemischtquadratische Gleichung ist eine Gleichung mit der Form: $ax^2 + bx + c = 0$

Besonderheit: eine gemischtquadratische Gleichung kannst du nicht immer lösen, manchmal gibt es keine Lösung, manchmal gibt es genau eine Lösung und manchmal zwei Lösungen. → Dazu gibt es Übungen im nächsten Abschnitt.

Wenn es zwei Lösungen gibt, sind es meistens zwei verschiedene Zahlen. Sie können das gleiche Vorzeichen haben, müssen sie aber nicht.

Für die Lösung dieser Gleichung gibt es eine Formel. Die kannst du aber erst benutzen, wenn du aus der Allgemeinform $ax^2 + bx + c = 0$ die Normalform $x^2 + px + q = 0$ gemacht hast.
(wie das geht lernst du in diesem Abschnitt)

Allgemeinform wird zur Normalform, indem du ...

... alle Teile der Allgemeinform durch den Faktor vor dem x^2 teilst.

$$ax^2 + bx + c = 0 \mid : a$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + px + q = 0$$

die pq-Formel

Die heißt so, weil du in ihr das p und das q aus der Normalform nutzt, um die Lösung zu berechnen.

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

WIE du die benutzt, lernst du auf der nächsten Seite.

Die musst du dir nicht merken. Sie steht in deiner Formelsammlung.

wichtig zu wissen und zu können

Für die nächsten Schritte brauchst du folgende Kompetenzen:

- Ich kann Gleichungen umstellen.
- Ich kann die Wurzel ziehen.

Bei komplexeren (schwierigeren) Aufgaben brauchst du auch:

- Ich kann Klammern ausmultiplizieren.
- Ich kann Terme zusammenfassen / vereinfachen.

pq-Formel für quadratische Gleichungen - Studyflix

Du willst wissen, was die pq Formel ist und wie du sie ganz einfach anwendest? Das erfährst du in diesem Video! Hier geht's zum ...



YouTube-
Video

Link: <https://youtu.be/QMFxmKxF5jo>

**Beispiel**

Löse die Gleichung $x^2 + 12x + 32 = 0$

1. Werte finden:

$$p = 12 \text{ und } q = 32$$

2. Einsetzen in die pq-Formel

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1,2} = -\frac{12}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 - 32}$$

$$x_{1,2} = -6 \pm \sqrt{(6)^2 - 32}$$

$$x_{1,2} = -6 \pm \sqrt{36 - 32}$$

$$x_{1,2} = -6 \pm \sqrt{4}$$

$$x_1 = -6 + 2 \text{ und } x_2 = -6 - 2$$

$$x_1 = -4 \text{ und } x_2 = -8$$

$$\mathbb{L} = \{-4 / -8\}$$

⚡ Achtung

WENN $p < 0$ also eine negative Zahl ist, funktioniert die Formel immer noch. Achte dann genau auf die Vorzeichen!

**Achtung**

Entsteht unter der Wurzel eine Zahl kleiner als Null $\rightarrow$ dann hat die Gleichung keine Lösung.

Steht unter der Wurzel eine Null gibt es eine Lösung $\rightarrow x_{1,2} = -\frac{p}{2}$





Sascha

Wenn du dazu mehr Beispiele haben möchtest, wende dich an deinen Mathe-Input oder die Mathe-Corner auf dem Marktplatz. Du kannst auch eine Lernbegleitung mit dem Fach Mathematik ansprechen und ihr geht gemeinsam ein oder zwei Aufgaben durch.

① Gib die Lösungsmenge an.

a) $x^2 + 10x + 21 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

b) $x^2 + 8x + 15 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

c) $x^2 + 9x + 14 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

d) $x^2 + 13x + 36 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

② Gib die Lösungsmenge an.

a) $x^2 - 12x + 27 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

b) $x^2 - 5x + 4 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

c) $x^2 - 15x + 50 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

d) $x^2 - 11x + 30 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

③ Bringe zuerst in die Normalform. Gib dann die Lösungsmenge an.

a) $8x^2 - 128x + 504 = 0$

$$x^2 \dots x + \dots$$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

b) $6x^2 - 102x + 432 = 0$

$$x^2 \dots x + \dots$$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

c) $1x^2 - 14x + 48 = 0$

$$x^2 \dots x + \dots$$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

④ Bringe zuerst in die Normalform. Gib dann die Lösungsmenge an.

a) $9x^2 - 81x + 180 = 0$

$$x^2 \dots x + \dots$$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

b) $3x^2 - 45x + 162 = 0$

$$x^2 \dots x + \dots$$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

c) $7x^2 - 98x + 315 = 0$

$$x^2 \dots x + \dots$$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

 Mitternachtsformel

Wenn du keine Lust hast, die Allgemeinform $ax^2 + bx + c = 0$ erst in der Normalform umzuwandeln, kannst du auch die Mitternachtsformel nutzen.

Die sieht so aus:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Dort setzt du dann direkt die Werte a, b, c aus der Allgemeinform ein.

Die Formel findest du nicht in der Formelsammlung, weil sie nicht „Pflicht“ ist. Du darfst sie natürlich trotzdem nutzen, wenn du das möchtest.

Mitternachtsformel (abc-Formel) einfach erklärt - Studyflix

Mit der Mitternachtsformel kannst du schnell und einfach quadratische Gleichungen lösen. Hier in unserem Video lernst du die ...



YouTube-
Video

Link: https://youtu.be/ZFv2BiOvD_E

- ⑤ Löse mit der Mitternachtsformel.
Gib dann die Lösungsmenge an.

a) $3x^2 - 42x + 120 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

b) $5x^2 - 65x + 200 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

c) $8x^2 - 104x + 336 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

- ⑥ Löse mit der Mitternachtsformel.
Gib dann die Lösungsmenge an.

a) $3x^2 - 42x + 120 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

b) $5x^2 - 65x + 200 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

c) $8x^2 - 104x + 336 = 0$

$$\mathbb{L} = \{ \dots / \dots \}$$

