

INFO: Geradengleichungen Punktprobe

Mathematik Vektoren 12

Eine Punktprobe durchführen

Um zu untersuchen, ob ein Punkt auf einer Geraden liegt, wird eine Punktprobe durchgeführt. Dafür wird der Ortsvektor des Punktes für $\vec{x}$ in die Geradengleichung eingesetzt. Wenn es einen Parameter gibt, mit dem die Gleichung lösbar ist, liegt der Punkt auf der Geraden.

Beispielaufgabe

Gegeben sind die Punkte $A(2 | -2 | 1)$ und $B(5 | -12 | 10)$ sowie die Gerade g . Untersuche, ob die Punkte A und B auf der Geraden liegen.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Untersuchung von Punkt A

Um zu prüfen, ob der Punkt A auf der Geraden liegt, wird der Ortsvektor $\vec{a}$ in die Geradengleichung für den Vektor $\vec{x}$ eingesetzt:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Es ergibt sich ein LGS mit drei Gleichungen und einer Variablen. Alle Gleichungen werden nach der Variablen aufgelöst:

$$I. \quad 2 = 1 + 2r \quad | -1$$

$$II. \quad -2 = 0 - 4r$$

$$III. \quad 1 = -2 + 6r \quad | +2$$

$$I. \quad 1 = 2r \quad | :2$$

$$II. \quad -2 = -4r \quad | :(-4)$$

$$III. \quad 3 = 6r \quad | :6$$

$$I. \quad 0,5 = r$$

$$II. \quad 0,5 = r$$

$$III. \quad 0,5 = r$$

Schau dir genau an, wie eine Vektorgleichung in ein Gleichungssystem umgewandelt wird. Das wirst du häufiger benötigen.

Da sich in allen drei Gleichungen der gleiche Wert für r ergibt, ist das LGS eindeutig lösbar. Der Punkt A liegt auf der Geraden g .



Untersuchung von Punkt B

Um zu prüfen, ob der Punkt B auf der Geraden liegt, wird der Ortsvektor $\vec{b}$ in die Geradengleichung für den Vektor $\vec{x}$ eingesetzt:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ -12 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Wie schon bei der Untersuchung von Punkt A ergibt sich wieder ein LGS mit drei Gleichungen und einer Variablen. Alle Gleichungen werden nach der Variablen aufgelöst:

$$I. \quad 5 = 1 + 2r \quad | -1$$

$$II. \quad -12 = 0 - 4r$$

$$III. \quad 10 = -2 + 6r \quad | +2$$

$$I. \quad 4 = 2r \quad | :2$$

$$II. \quad -12 = -4r \quad | :(-4)$$

$$III. \quad 12 = 6r \quad | :6$$

$$I. \quad 2 = r$$

$$II. \quad 3 = r$$

$$III. \quad 2 = r$$

Der Wert in der zweiten Gleichung weicht von den beiden anderen Werten ab. Das LGS hat eine leere Lösungsmenge. Somit liegt der Punkt B nicht auf der Geraden.

Video zur weiteren Erarbeitung



[Video: Punktprobe von „Einfach Mathe“](#)

