

INFO: Gleichungen lösen mit der PQ-Formel

Mathematik Funktionen M 9

Wie lassen sich die Nullstellen quadratischer Funktionen berechnen?

Um die Nullstellen einer Parabel zu bestimmen, wird die Funktion gleich Null gesetzt. Es entsteht eine quadratische Gleichung, die durch Umstellen, Ausklammern oder mit der *pq*-Formel gelöst werden kann.



pq-Formel

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

p-q-Formel (Die Lösungsformel) (Mathe-Song)



Um die *pq*-Formel anwenden zu können, muss die quadratische Gleichung in die Form $x^2 + px + q = 0$ gebracht werden.

Beispielaufgabe

Bestimme die Nullstellen der Funktion $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.



Rechenweg

$$f(x) = 0$$

$$2x^2 + 4x - 6 = 0 \quad | : 2$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$p = 2; q = -3$$

$$x_{1,2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-3)}$$

$$x_1 = 1; x_2 = -3$$

Wie lassen sich die Schnittpunkte einer quadratischen Funktion mit einer anderen Funktion berechnen?

Um die Schnittpunkte von zwei Funktionen zu bestimmen, müssen die Funktionen gleichgesetzt werden. Es entsteht eine Gleichung, die gelöst werden kann.

Beispielaufgabe

Ermitte, ob die Funktionen $f(x) = x^2 + 2x + 1$ und $g(x) = -2x - 3$ sich schneiden und gib gegebenenfalls die Schnittpunkte an.



Rechenweg

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 + 2x + 1 = -2x - 3 \quad | + 2x + 3$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$p = 4; q = 4$$

$$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4}$$

$$x = -2$$

$$g(-2) = 1$$

Die Funktionen berühren sich im Punkt $S(-2|1)$.

