

Einstieg

Manche Alltagsgegenstände haben annähernd die Gestalt eines Kegels. Hier ein paar Beispiele:









Begriffsdefinition

Ein Kegel ist

- ein dreidimensionaler **Körper**, der entsteht, wenn man
- alle Punkte eines Kreises
- mit einem Punkt außerhalb der Kreisebene verbindet.

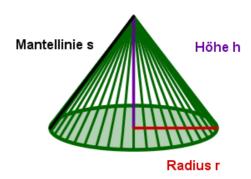
Der richtige Ausdruck für diesen Körper ist eigentlich Kreiskegel. In der höheren Mathematik werden nämlich manchmal auch Kegel betrachtet, deren Grundfläche kein Kreis ist.

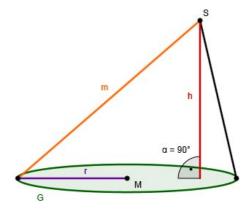
In der Schule geht es in der Regel um gerade Kreiskegel. Bei geraden Kreiskegeln liegt die Spitze des Kegels senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche.

Bemerkung:

Ein gerader Kreiskegel entsteht, wenn sich ein rechtwinkliges Dreieck um eine seiner Seiten dreht. Der entstehende Rotationskörper ist ein gerader Kreiskegel.

Es gibt aber auch schiefe Kreiskegel, wie z.B. der rechts dargestellte Kegel.





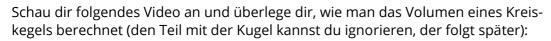


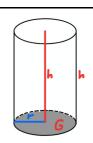


Volumen eines Kegels

Das Volumen eines **Zylinders** kennst du bereits. Hier nochmal zur Wiederholung:

$$V_{Zylinder} = A_G \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$$





Volumenformel für den Kegel



Fülle den folgenden Lückentext aus:

Wenn ich einen Kegel und einen Zylinder mit gleicher und gleicher

betrachte, dann füllt der Inhalt eines Kegels genau des Inhalts eines Zylinders.

Damit beträgt die Formel für den Flächeninhalt des Kegels:

$$V_{\text{Kegel}} = \cdot A_g \cdot h = \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$





Volumen von Kegeln

Das Volumen eines Kegels berechnet sich wie folgt:

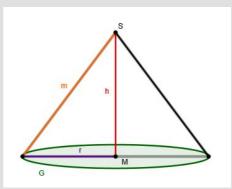
$$V_{Kegel} = rac{1}{3} \cdot A_G \cdot h = rac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

mit

A_G: Grundfläche des Kegels

h: Höhe des Kegels

r: Radius der Grundfläche G des Kegels



Warum ist das so?

Die Grundfläche A_G eines Kegels ist ein Kreis. Die Fläche von einem Kreis erhält man mit der Formel A $_{\mathsf{Kreis}}$ = $\pi \cdot r^2$

Kegel \- Volumen berechnen





ToDo

Schau in deinem Tafelwerk nach den Formeln!





Beispiel

Es ist Sommer und du kaufst ein Eis. Du erinnerst Dich, dass bei Eispackungen im Supermarkt die Menge an Eis in Litern angegeben ist. Das bringt Dich dazu, das Volumen in deiner Eistüte bestimmen zu wollen!

Nach Deiner Messung ist die Eistüte (hier: ein Kegel!) 16cm hoch und die Öffnung hat einen Durchmesser von 6cm. Wie viel Liter Eis befinden sich darin?



Du benötigst den Radius r und die Höhe h des Kegels. Die Höhe ist direkt gegeben und der Radius ist der halbe Durchmesser: Berechne damit nun das Volumen.

$$V_{Kegel} =$$

Antwort: Die Eistüte hat ein Volumen von

cm³ bzw.

ml.







Oberflächeninhalt eines Kegels

Schau dir dazu folgendes Video an:

Kegel \- Oberflächeninhalt



🕅 Oberflächeninhalt von Kegeln

Der Oberflächeninhalt Ao eines Kegels berechnet sich wie folgt:

$$A_O = A_G + A_M$$

$$A_G = \pi \cdot r^2$$

$$A_M = \pi \cdot r \cdot s$$

Also:

$$A_O = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot r(r+s)$$

mit

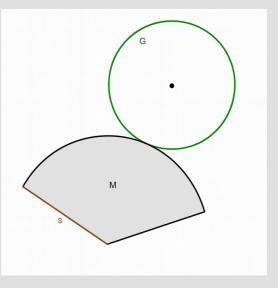
A₀: Oberflächeninhalt des Kegels

A_G: Grundfläche des Kegels

A_M: Mantelfläche des Kegels

s: Mantellinie am Kegel

r: Radius der Grundfläche des Kegels





ToDo

Schau in deinem Tafelwerk nach den Formeln!

Warum ist das so? (Achtung: Nerdwissen!)

Die Grundfläche G eines Kegels ist ein Kreis . Die Fläche von einem Kreis erhält man durch die Formel $A_{Kreis} = \pi \cdot r^2$

Die Mantelfläche M eines Kegels ist ein Kreissektor mit Radius s. Die Fläche von diesem Kreissektor erhält man durch die Formel $A_{Mantel} = \pi \cdot s^2 \cdot rac{lpha}{360}$

Dabei ist α der Mittelpunktswinkel des Kreissektors. Dieser verhält sich zu 360° wie die Kreisbogenlänge, hier $2 \cdot \pi \cdot r$, zum gesamten Umfang eines Kreises mit Radius s. Also ergibt sich für die Mantelfläche:

Seite: 5/6

$$A_{Mantel} = rac{2 \cdot \pi \cdot r}{2 \cdot \pi \cdot s} \cdot \pi \cdot s^2 = rac{r}{s} \cdot \pi \cdot s^2 = \pi \cdot r \cdot s$$







Beispiel

Betrachte den geraden Kegel. Der Radius der Grundfläche ist r=3cm und die Mantellinie s beträgt s=6cm.

Berechne den Oberflächeninhalt des Kegels.

Antwort: Der Oberflächeninhalt des Kegels beträgt

Lösung

