INPUT: Kreissektor und Kreisbogen

Mathematik Funktionen

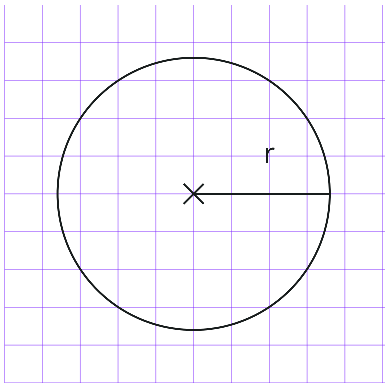
Arbeitsauftrag

Erarbeite dir die Regeln zum Berechnen von Kreissektoren und Kreisbögen, indem du die folgenden Aufgaben bearbeitest. Wenn du nicht weiter kommst, findest du die Lösungen am Ende des Dokuments.

Wie lässt sich die Fläche eines Kreissektors bestimmen?

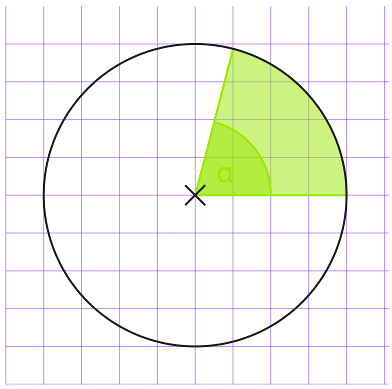
① Gegeben ist ein Kreis mit dem Radius $r = 1{,}8\ cm$.

a) Berechne den Flächeninhalt des Kreises.
b) Der Kreis wird in zwei gleich große Teile geschnitten. Ermittle, wie groß die Hälften sind.
c) Gib an, welcher Teil des Kreises mit dem Term $\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (1{,}8\ cm)^2$ bestimmt werden kann.



Von einem Kreis können beliebige Stücke rausgeschnitten werden. Solche Stücke werden als **Kreissektoren** oder **Kreisausschnitte** bezeichnet. Ihre Größe hängt vom **Mittelpunktswinkel** α ab.

Die Fläche eines Kreissektors A_K lässt sich als Anteil der Kreisfläche berechnen.



Kreissektor

$A_K = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$

Beispielaufgabe

Bestimme die Fläche eines Kreissektors mit dem Radius $r = 4\ cm$ und dem Mittelpunktswinkel $\alpha = 30^\circ$.

Lösung

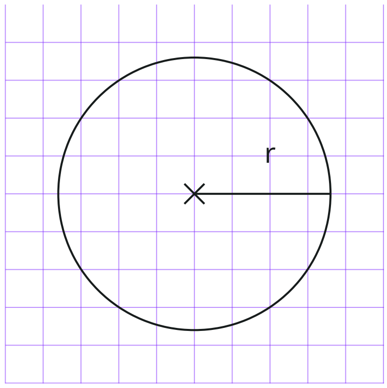
$A_K = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = \pi \cdot (4\ cm)^2 \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ} \approx 4{,}19\ cm^2$

Wie lässt sich die Länge eines Kreisbogens bestimmen?

② Gegeben ist ein Kreis mit dem Radius $r = 1{,}8\ cm$.

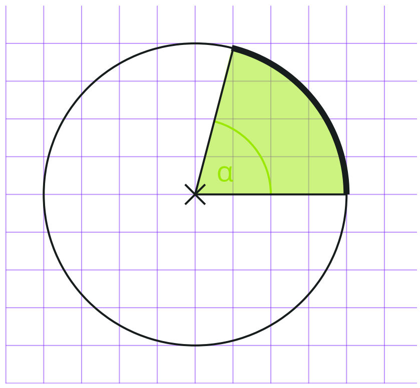
a) Berechne den Umfang u des Kreises.

b) Der Kreis wird in zwei gleich große Teile geschnitten. Ermittle, wie lang der Kreisbogen einer Hälfte ist.
c) Gib an, welcher Teil des Kreisbogens mit dem Term $\frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 1{,}8\ cm$ bestimmt werden kann.



Wenn ein Kreissektor aus einem Kreis herausgeschnitten wird, entspricht die Außenkante nur noch einem Anteil des gesamten Umfangs. Die Außenkante an einem Kreissektor wird als **Kreisbogen** bezeichnet. Die Länge eines Kreisbogens hängt vom Mittelpunktswinkel α ab.

Die Länge eines Kreisbogens b_K lässt sich als Anteil des Umfangs berechnen.



Kreisbogen
$b_K = 2\pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$

③ Bestimme die Länge eines Kreisbogens von einem Kreissektor mit dem Radius $r = 4\ cm$ und dem Mittelpunktswinkel $\alpha = 30^\circ$.

INPUT: Kreissektor und Kreisbogen

Mathematik Funktionen

Wie lassen sich die Formeln zur Berechnung vom Kreissektor und vom Kreisbogen umstellen?

Natürlich kann nicht nur die Fläche eines Kreissektors bestimmt oder die Länge eines Kreisbogens berechnet werden. Wenn diese Größen bekannt sind, kann auf den Radius des Kreises oder den Mittelpunktswinkel geschlossen werden. Dafür müssen die Formeln umgestellt werden.

Beispielaufgabe

Bestimme den Radius eines Kreissektors mit dem Mittelpunktswinkel $\alpha = 102^\circ$ und der Fläche $A = 420\ m^2$.

Lösung

$$A_K = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \quad |:\pi$$

$$\frac{A_K}{\pi} = r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \quad |\cdot \frac{360^\circ}{\alpha}$$

$$\frac{A_K}{\pi} \cdot \frac{360^\circ}{\alpha} = r^2 \quad |\sqrt{}$$

$$\sqrt{\frac{A_K}{\pi} \cdot \frac{360^\circ}{\alpha}} = r$$

$$r = \sqrt{\frac{420\ m^2}{\pi} \cdot \frac{360^\circ}{102^\circ}} \approx 21{,}72\ m$$

④ a) Stelle die Formel für die Berechnung eines Kreissektors nach dem Mittelpunktswinkel α um.

b) Stelle die Formel für die Berechnung der Kreisbogenlänge nach dem Radius r und nach dem Mittelpunktswinkel α um.

Lösung

① a) $A = \pi \cdot r^2$
$A = \pi \cdot (1{,}8\ cm)^2 \approx 10{,}18\ cm^2$
b) $10{,}18\ cm^2\ \cdot \frac{1}{2} \approx 5{,}09\ cm^2$
c) Mit dem Term kann die Fläche eines Viertelkreises berechnet werden.

② a) $u = 2 \cdot \pi \cdot r$
$u = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}8\ cm \approx 11{,}31\ cm$
b) $11{,}31\ cm\ \cdot \frac{1}{2} \approx 5{,}66\ cm$
c) Mit dem Term kann die Bogenlänge eines Viertelkreises berechnet werden.

③ $b_K = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$
$b_K = 2 \cdot \pi \cdot 4\ cm \cdot \frac{30^\circ}{360^\circ} \approx 2{,}09\ cm$

④ a) $A_K = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \quad | : \pi$
$\frac{A_K}{\pi} = r^2 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \quad | : r^2$
$\frac{A_K}{\pi \cdot r^2} = \frac{\alpha}{360^\circ} \quad | \cdot 360^\circ$
$\frac{A_K \cdot 360^\circ}{\pi \cdot r^2} = \alpha$

b) $b_K = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \quad | : 2\pi$
$\frac{b_K}{2\pi} = r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \quad | \cdot \frac{360^\circ}{\alpha}$
$\frac{b_K \cdot 360^\circ}{2\pi \cdot \alpha} = r$

$b_K = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} \quad | : 2\pi r$
$\frac{b_K}{2\pi r} = \frac{\alpha}{360^\circ} \quad | \cdot 360^\circ$
$\frac{b_K \cdot 360^\circ}{2\pi r} = \alpha$