



INFO: Lineare Funktionen

Mathematik Funktionen M 9

Wiederholung: Lineare Funktionen

Schau dir das Video von Daniel Jung und das Video vom DorFuchs an:

**Lineare Funktionen,
Übersicht | Mathe by
Daniel Jung**



**Lineare Funktionen (Mathe-
Song DorFuchs)**



**Merke**

Eine **Lineare Funktion** hat die allgemeine Funktionsgleichung:

$$y = m \cdot x + n$$

Das Schaubild zeigt eine Gerade mit der **Steigung m**.

**Beispiel**

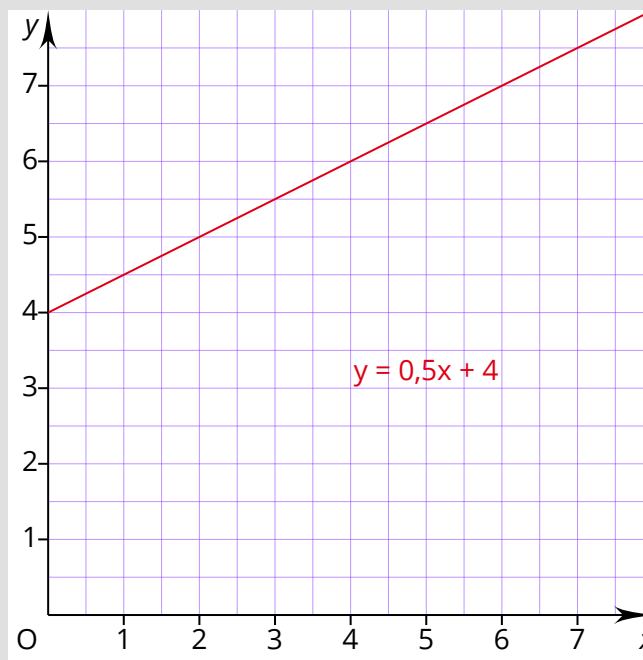
Worte: Eine Pizza Margerita kostet 4,00 € jede weitere Zutat kostet 0,50 €.

Wertetabelle:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0



Schaubild:

**Frage**

Wie viel kostet eine Pizza mit Pilzen, Peperoni, Salami, Oliven und Kapern?

**Lösung**

Funktionsgleichung: $y = 0,5x + 4$

Hier sagt die **Steigung** aus, wie viel der **Grundpreis von 4 €** pro weitere Zutat **x** steigt.

**Merke**

Die **Steigung** wird mit **m** bezeichnet und mit den Koordinaten eines Punktes P (x|y) und folgender Formel berechnet:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

**Berechnung**

Aus der **Wertetabelle** oder dem **Schaubild** kannst du die Koordinaten einzelner Punkte entnehmen:

x	1	2	3	4	5	6
y	2	4	6	8	10	12

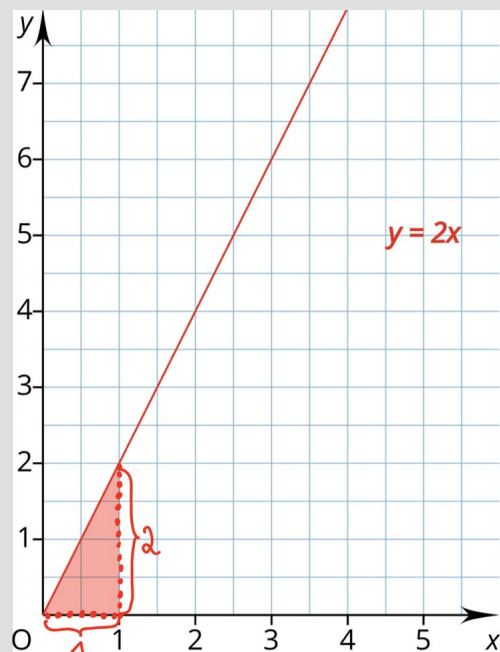
Der Quotient ist immer gleich!

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 2}{2 - 1} = \frac{6 - 4}{3 - 2} = \frac{8 - 6}{4 - 3} = 2$$

**Zeichnung**

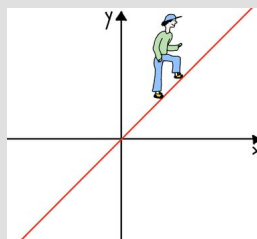
Mit Hilfe eines "**Steigungsdreiecks**" zeichnest du die Steigung **m** in das Schaubild (= Koordinatensystem) ein:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$$

**Beachte:**

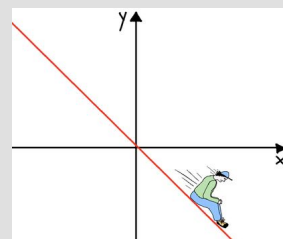
Die Steigung kann **positiv**

z.B. :
 $m = 2$



oder **negativ**

z.B. :
 $m = -2$



sein.

Lineare Funktionen verstehen und lösen

Der Graph einer linearen Funktion ist **immer** eine Gerade.



Merkwissen zu linearen Funktionen

- Die **Funktionsgleichung** lautet: $f(x) = mx + n$
- Die **Steigung m** gibt an, ob die Gerade steigt oder fällt
 - $m > 0$ → die Gerade steigt
 - $m = 0$ → die Gerade ist parallel zur x-Achse
 - $m < 0$ → die Gerade fällt
- Die **Variable n** (wird manchmal auch als c oder b geschrieben) gibt den y-Achsenabschnitt an, an dem die Gerade die y-Achse ($y = n$) schneidet.
Also z.B. $n = 2$ → Schnittpunkt $(0|2)$
- Mit Hilfe des sogenannten **Steigungsdreiecks** kann man die Steigung einzeichnen.
- Lineare Funktionen können als **Funktionsgleichung**, in einer **Wertetabelle** oder als **Graph** dargestellt werden.

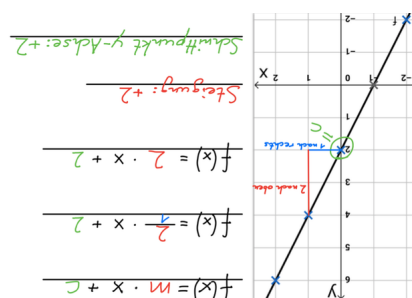
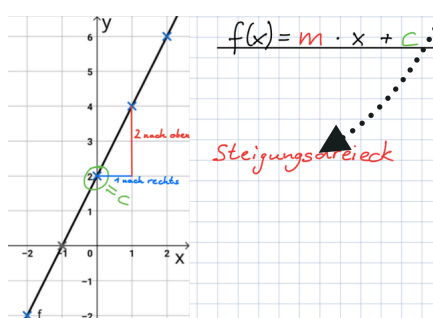
Mit dieser APP kannst du die linearen Funktionen nochmals üben.



① Übung 1:

Hier siehst du den Graphen mit einem Steigungsdreieck. Überlege dir, welchen **Wert n** hat und wie groß die **Steigung m** ist. Schreibe die Funktionsgleichung auf.

Tipp: Lösung immer abdecken!



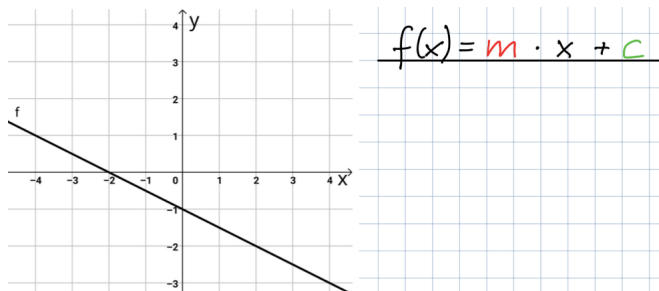
② Übung 2:

Ergänze die Wertetabelle. Die Funktionsgleichung lautet: $f(x) = 2x + 2$

x	0	1	2	3	4	5
f(x) = y			6	8		

③ Übung 3:

Hier siehst du einen weiteren Graphen. Überlege dir, welchen **Wert c (bzw. n)** hat und wie groß die **Steigung m** ist. Zeichne das Steigungsdreieck ein und schreibe die Funktionsgleichung auf.



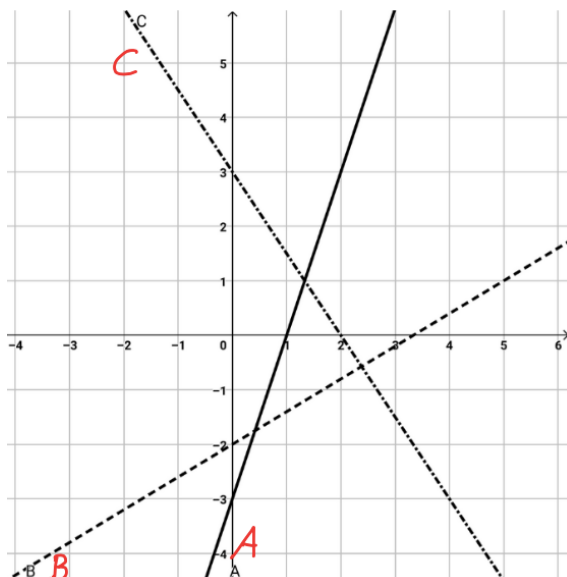
④ Übung 4:

Hier siehst du drei verschiedene Graphen. Schreibe den richtigen Buchstaben in die Tabelle vor die jeweilige Funktion. Zur Übung kannst du auch nochmal die Steigungsdreiecke einzeichnen.



Tipp

Die Steigung findest du, indem du von einem zum nächsten **Kästchenschnittpunkt** gehst.



	$f(x) = \frac{3}{5}x - 2$ oder $f(x) = 0,6x - 2$
	$f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$ oder $f(x) = -1,5x + 3$
	$f(x) = 3x - 3$

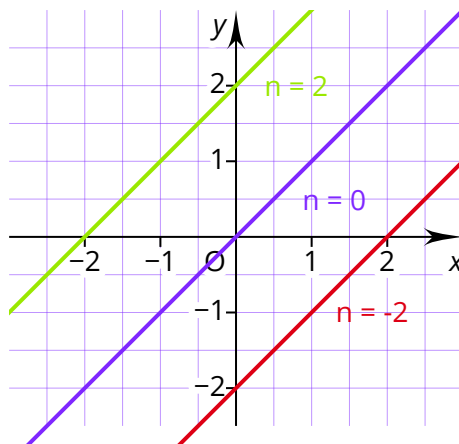
⑤ Übung 5:

Ergänze die Wertetabelle. Die Funktionsgleichung lautet: $f(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x) = y							

Welchen Einfluss hat der y -Achsenabschnitt n auf den Verlauf einer linearen Funktion?

Die folgende Abbildung zeigt Funktionen der Form $y = 1x + n = x + n$



Der y -Achsenabschnitt n gibt an, wo die y -Achse geschnitten wird. Für $n > 0$ wird der Graph der Funktion nach oben verschoben. Für $n < 0$ wird der Graph der Funktion nach unten verschoben.

Wie lässt sich eine Geradengleichung aufstellen?

Um die Funktionsgleichung einer linearen Funktion zu bestimmen, müssen zwei Informationen bekannt sein. Als Informationen eignen sich Punkte der Funktion, die Steigung m oder der y -Achsenabschnitt n . Je nachdem, welche Informationen gegeben sind, ist ein unterschiedliches Vorgehen erforderlich.

Wenn der Graph der Funktion vorliegt, können die Informationen aus der Abbildung entnommen werden.

Beispielaufgabe

Bestimme die Funktionsgleichung der beschriebenen Funktion.

- a) Der Graph der linearen Funktion $f(x)$ schneidet die y -Achse bei -2 und geht durch den Punkt $P(1|2)$.
- b) Die Punkte $A(-2|3)$ und $B(4|-3)$ liegen auf dem Graphen der linearen Funktion $g(x)$.

**Rechenweg**

$$a) f(x) = mx + n$$

$$n = -2$$

$$f(x) = mx - 2$$

$$f(1) = 2$$

$$2 = m \cdot 1 - 2$$

$$a = 4$$

$$f(x) = 4x - 2$$

$$b) g(x) = mx + n$$

$$m = \frac{-3 - 3}{4 - (-2)} = -1$$

$$g(x) = -1x + n$$

$$g(-2) = 3$$

$$3 = -1 \cdot (-2) + n$$

$$n = 1$$

$$g(x) = -1x + 1$$

Die Steigung a einer linearen Funktion lässt sich mit folgender Formel bestimmen, wenn zwei Punkte $P_1(x_1|y_1)$ und $P_2(x_2|y_2)$ gegeben sind:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



INFO: Lineare Funktionen

Mathematik Funktionen M 9

Wie lässt sich die Nullstelle einer linearen Funktion bestimmen?

Für die Bestimmung einer Nullstelle wird die Funktion gleich Null gesetzt. So entsteht eine Gleichung, die nach x aufgelöst werden kann.

Beispielaufgabe

Berechne die Nullstelle der Funktion $f(x) = 4x + 6$.



Rechenweg

$$f(x) = 0$$

$$0 = 4x + 6$$

$$x = -1,5$$

Wie lässt sich anhand der Funktionsgleichungen erkennen, wie zwei Geraden zueinander liegen?

Zwei Geraden verlaufen parallel zueinander, wenn sie die gleiche Steigung m haben. In allen anderen Fällen schneiden sie sich. Wenn sie sich senkrecht schneiden, ist das Produkt ihrer Steigungen -1 .

Beispielaufgabe

Zeige, dass sich die Funktionen $f(x) = 2x + 1$ und $g(x) = -0,5x - 4$ senkrecht schneiden.



Rechenweg

$$2 \cdot (-0,5) = -1$$

⇒ Die Geraden schneiden sich senkrecht.

Wie lässt sich der Schnittpunkt zweier Geraden bestimmen?

Um den Schnittpunkt zweier Geraden zu bestimmen, werden ihre Funktionsgleichungen gleichgesetzt. So entsteht eine Gleichung, die nach x aufgelöst werden kann. Der Wert von x wird in eine beliebige der beiden Funktionsgleichungen eingesetzt, um die y -Koordinate des Schnittpunktes zu ermitteln.

Beispielaufgabe

Ermittle den Schnittpunkt der Funktionen $f(x) = 2x + 1$ und $g(x) = -0,5x - 4$.



Rechenweg

$$f(x) = g(x)$$

$$2x + 1 = -0,5x - 4$$

$$x = -2$$

$$f(-2) = -3$$

$$S(-2|-3)$$

