

Sieh dir das Video an.

Normalen- und  
Koordinatengleichung  
einer Ebene



## Beispielaufgabe

Gegeben ist die Ebene  $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

Wandle die Ebene in eine Normalen- bzw. Koordinatengleichung um.

### Rechenweg

Die **Normalenform** einer Ebene lautet allgemein:  $\left( \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} \right) \circ \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = 0$

Ein Normalenvektor der Ebene wird berechnet, indem das Vektorprodukt der beiden Spannvektoren berechnet wird:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Da der Stützvektor  $A(1/0/3)$  in der Ebene liegt lautet die Normalengleichung der Ebene

$$\left( \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right) \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$$

Als Koordinatengleichung ergibt sich durch Ausmultiplizieren

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E: 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -4$$



## Beispielaufgabe

Gegeben ist die Ebene  $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

Wandle die Ebene in eine Koordinatengleichung um.

## Rechenweg

Du kannst die Koordinatengleichung auch ohne Umweg über die Normalengleichung erstellen. Dazu berechnest du ebenfalls zuerst den Normalenvektor der Ebene, indem du das Vektorprodukt der beiden Spannvektoren berechnest:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Die Koordinaten des Normalenvektors werden in die Koordinatengleichung eingesetzt:

$$E: n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 = d$$

$$E: 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = d$$

Der Stützvektor der Ebene  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  führt zu einem Punkt, der in der Ebene liegt. Seine

Koordinaten können daher für  $x_1$ ,  $x_2$  und  $x_3$  eingesetzt werden, um  $d$  zu berechnen:

$$2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 - 2 \cdot 3 = d$$

$$d = -4$$

Der Wert von  $d$  wird in die Ebenengleichung eingesetzt. Nun liegt die Ebene als Koordinatengleichung vor:

$$E: 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -4$$