



INPUT: Normalform

Mathematik Funktionen M, R 9

In diesem Kapitel stellen sich die Parameter der Allgemeinen Form quadratischer Funktionen vor. Du kannst herausfinden,

1. wie man Parabeln strecken, stauchen und spiegeln kann,
2. welchen Einfluss die Parameter der Allgemeinen Form auf das Aussehen und die Lage der Parabel haben und
3. wie du das an den Funktionstermen erkennen kannst.

Strecken, Stauchen, Spiegeln: $y = ax^2$

Du weißt bereits, was passiert, wenn man statt der Funktion $y = x^2$ folgende Funktionen gegeben hat:

1. $y = 2x^2$
2. $y = \frac{1}{2}x^2$
3. $y = -x^2$

Hier nur nochmal zur Erinnerung:



Merke

Multipliziert man $y = x^2$ mit einem Faktor a , wird die Parabel **gestreckt, gestaucht** und/oder **gespiegelt**. $y = ax^2$ (mit $a \neq 0$) ergibt demnach für:

$a > 0$: Die Parabel ist nach oben geöffnet.

$a < 0$: Die Parabel ist nach unten geöffnet.

$|a| > 1$: Die Parabel ist gestreckt

$|a| < 1$: Die Parabel ist gestaucht

Der Parameter a wird auch **Streckungsfaktor** genannt.



Der Parameter „b“ bei $y = x^2 + bx$

Was passiert, wenn man statt der Funktion $y = x^2$ folgende Funktionen gegeben hat:

1. $y = x^2 + 3x$
2. $y = x^2 - 3x$

Notiere Vermutungen darüber, wie die Graphen der Funktionen (1) und (2) aussehen, ohne diese zu zeichnen.

Öffne anschließend das GeoGebra Applet und versuche, deine Vermutungen zu überprüfen, indem du **nur den Parameter b veränderst**.



Spiele anschließend das folgende Spiel:



Hinweis

Wenn du dir unsicher bei der Formulierung deiner Vermutungen bist, kannst du Wertetabellen für die zwei Funktionen aufstellen und die Funktionswerte mit den Werten von $y = x^2$ vergleichen.



Tip

Wie sieht der Graph aus: Ist er nach oben oder nach unten geöffnet? Nach rechts oder nach links verschoben? Wende dein Wissen über die Parameter a und b an.



Merke

Addiert man den Ausdruck bx zu $y = ax^2$, wird die Parabel sowohl in x- als auch in y-Richtung verschoben. Für $y = ax^2 + bx$ gilt:

Für $a > 0$:

$b > 0$: Die Parabel wird nach links und unten verschoben.

$b < 0$: Die Parabel wird nach rechts und unten verschoben.

Für $a < 0$:

$b > 0$: Die Parabel wird nach rechts und oben verschoben.

$b < 0$: Die Parabel wird nach links und oben verschoben.

Der Parameter „c“ bei $y = ax^2 + bx + c$

Was passiert, wenn man statt der Funktion $y = x^2$ folgende Funktionen gegeben hat:

1. $y = x^2 + 3x + 2$
2. $y = x^2 + 3x - 2$

Notiere Vermutungen darüber, wie die Graphen der Funktionen (1) und (2) aussehen, ohne diese zu zeichnen.



Hinweis

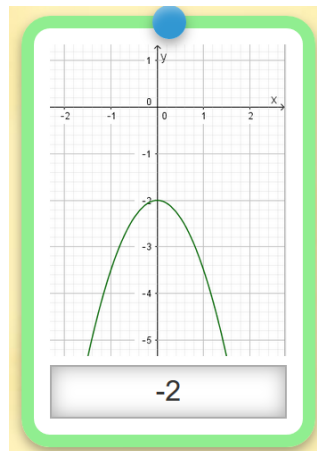
Wenn du dir unsicher bei der Formulierung deiner Vermutungen bist, kannst du Wertetabellen für die zwei Funktionen aufstellen und die Funktionswerte mit den Werten von $y = x^2$ vergleichen.

Öffne anschließend das GeoGebra Applet und versuche, deine Vermutungen zu überprüfen, indem du **nur den Parameter c veränderst**.



Spiele anschließend das folgende Spiel:

Beispiel: Welchen Wert hat der Parameter c? Trage deine Lösung wie in dem **Beispiel** ein:



**Merke**

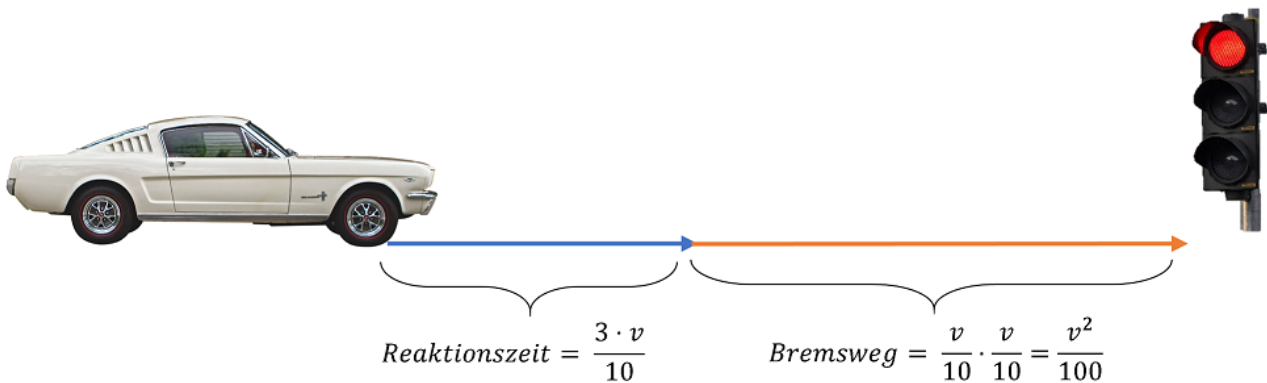
Der Parameter c bewirkt eine Verschiebung der Parabel in y -Richtung. Er gibt dabei den **y-Achsenabschnitt** der Parabel $y = ax^2 + bx + c$ an. Es gilt für:

$c > 0$: Die Parabel wird in positive y -Richtung (nach oben) verschoben.

$c < 0$: Die Parabel wird in negative y -Richtung (nach unten) verschoben.

**Merke**

Die auf dieser Seite gewonnen **Erkenntnisse können kombiniert werden** und ergeben quadratische Funktion der Form $y = ax^2 + bx + c$. Diese Form heißt **Allgemeine Form**.



In der Fahrschule lernt man eine Faustformel zur Berechnung des **Bremsweges** eines Autos kennen. Sie lautet „Geschwindigkeit durch 10 Mal Geschwindigkeit durch 10“ – in Termen ausgedrückt (mit v für Geschwindigkeit):

$$f(v) \approx \frac{v}{10} \cdot \frac{v}{10}$$

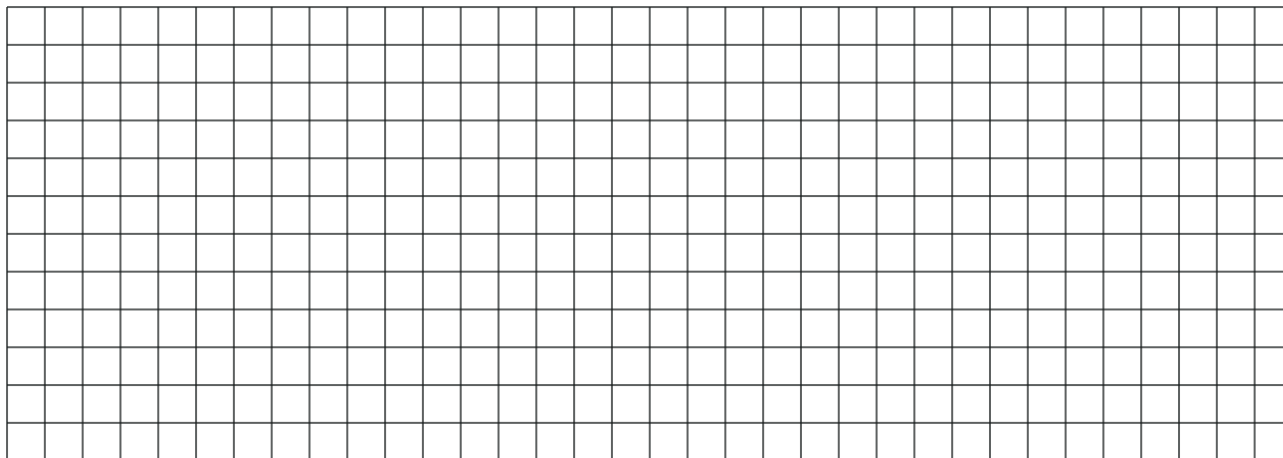
Für den tatsächlichen Anhalteweg muss jedoch auch noch der **Reaktionsweg** des Fahrers beachtet werden. Durch ihn wird ein Weg von annähernd „drei Mal die Geschwindigkeit durch 10“ zurückgelegt und der zugehörige Term lautet:

$$f(v) \approx \frac{3 \cdot v}{10}$$

Kombiniert man Bremsweg und Reaktionsweg, so lässt sich näherungsweise der **Anhalteweg** eines PKW bestimmen. Die zusammengesetzte Formel lautet:

$$f(v) \approx \frac{v}{10} \cdot \frac{v}{10} + \frac{3 \cdot v}{10} = \frac{v^2}{100} + \frac{3 \cdot v}{10}$$

- ① Berechne den Anhalteweg für die Geschwindigkeiten: 30 km/h, 50 km/h und 70 km/h und 100 km/h. Zur Kontrolle kannst du das folgende Applet benutzen und die Lösungen:

**Merke**

Terme quadratischer Funktionen können in der Form $f(x) = ax^2 + bx + c$ (mit $a \neq 0$) beschrieben werden. Diese Darstellungsform nennt man **Allgemeine Form**. In der Allgemeinen Form quadratischer Funktionen kann der **y-Achsenabschnitt c** direkt abgelesen werden.

- ② Das folgende Quiz beschäftigt sich mit dem Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsarten (Funktionsterm, Graph und Tabelle) quadratischer Funktionen. Löse das folgende Quiz, indem du immer zwei Karten zu einem Paar zusammenfügst.

**Hinweis**

Du kannst...

...den **y-Achsenabschnitt** an den Funktionsgraphen ablesen. Passt er zu einem der Funktionsterme? Oder findest du ihn in einer der Tabellen wieder?

...**einen beliebigen Punkt** an den Graphen ablesen. Setze die Koordinaten in einen der Funktionsterme ein oder vergleiche sie mit den Werten in einer der Tabellen.

...im Abschnitt „Parameter“ nachschauen wofür die Parameter in der Allgemeinen Form stehen. Was ist nochmal der **y-Achsenabschnitt**, was der **Streckungsfaktor**?