

Exponentialfunktion der Form $f(x) = b^x$

Exponentialfunktion der Form $f(x) = b^x$

Wie wir gelernt haben, sieht die einfachste Form einer Exponentialfunktion so aus:

$$f(x) = b^x$$

Der Wachstumsfaktor (=Basis) b ist dabei eine **positive**, reelle Zahl. Allerdings ist $b \neq 1$.

Mathematisch schreibt man: $b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

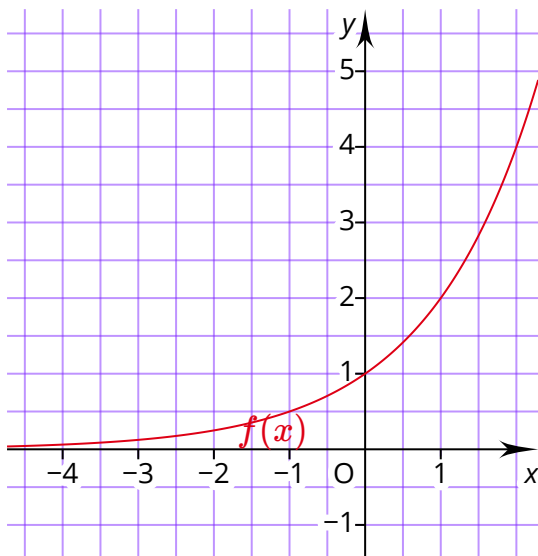
Dabei gilt:

$b > 1$: Wachstum

$b < 1$: Zerfall

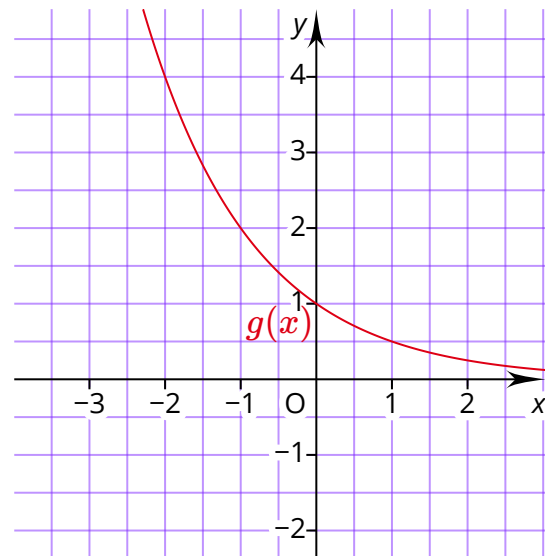
Beispiel 1: Wachstum ($b > 1$)

$$f(x) = 2^x$$



Beispiel 2: Zerfall ($b < 1$)

$$g(x) = 0,5^x$$



Exponentialfunktion der Form $f(x) = b^x + c$ **Exponentialfunktion der Form $f(x) = b^x + c$**

Der **Parameter** c beschreibt die Verschiebung in Richtung der y-Achse, da zu jedem Funktionswert der Wert von c hinzukommt. Das kennst du bereits von linearen Funktionen (hier hieß der Parameter n ... wie er am Ende heißt, ist aber egal).

Dabei gilt:

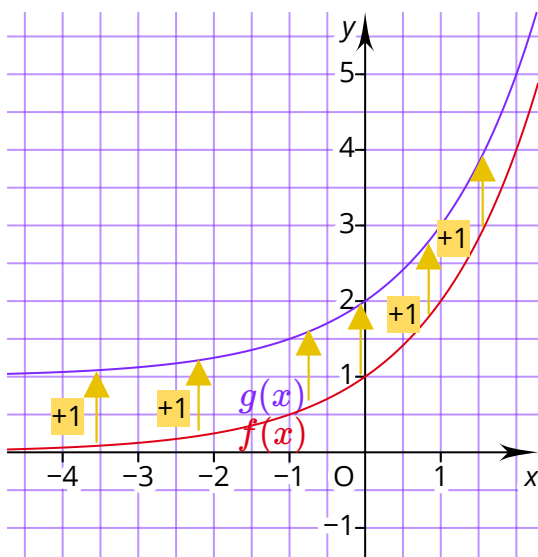
$c > 0$: Verschiebung in positive y-Richtung

$c < 0$: Verschiebung in negative y-Richtung

Beispiel 1: Verschiebung in positive y-Richtung

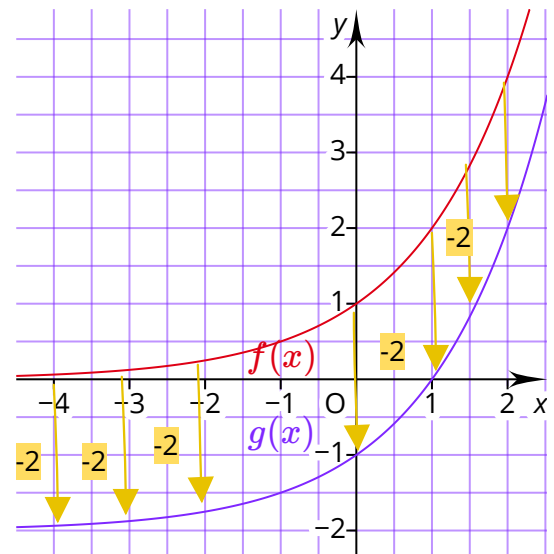
$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = 2^x + 1$$

**Beispiel 2: Verschiebung in negative y-Richtung**

$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = 2^x - 2$$



Exponentialfunktion der Form $f(x) = a \cdot b^x$

Exponentialfunktion der Form $f(x) = a \cdot b^x$

Der **Parameter** a beschreibt die Streckung bzw. Stauchung des Graphen in y-Richtung um den Faktor a , da alle Funktionswerte mit diesem Faktor multipliziert werden.

Dabei gilt:

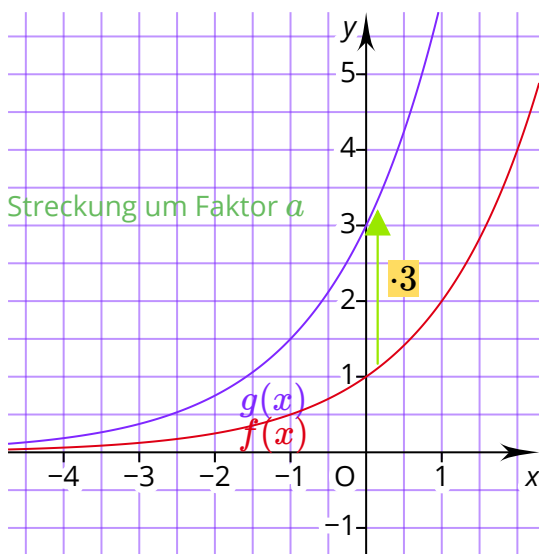
- $a > 1$: Streckung des Graphen in y-Richtung
- $a < 1$: Stauchung des Graphen in y-Richtung
- $a < 0$: Zusätzliche Spiegelung des Graphen an der x-Achse

Beachte, dass der Graph immer durch den Punkt $P(0|a)$ verläuft.

Beispiel 1: Streckung in y-Richtung

$$f(x) = 2^x$$

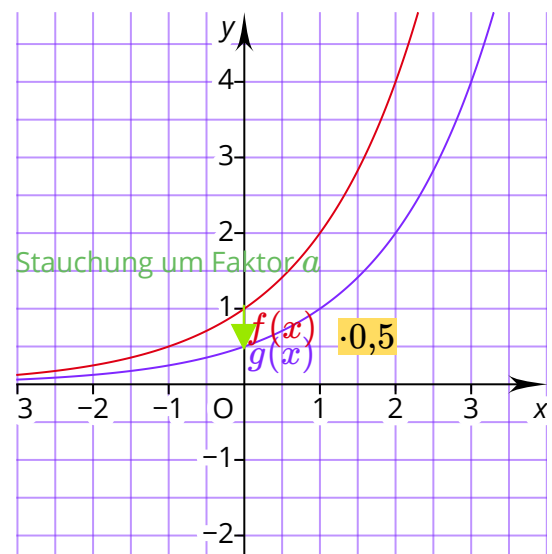
$$g(x) = 3 \cdot 2^x$$



Beispiel 2: Stauchung in y-Richtung

$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = 0,5 \cdot 2^x$$



Exponentialfunktion der Form $f(x) = b^{x+d}$ **Exponentialfunktion der Form $f(x) = b^{x+d}$**

Der **Parameter d** beschreibt die Verschiebung des Graphen in x-Richtung um den Faktor d .

Dabei gilt:

$d > 0$: Verschiebung in **negative** x-Richtung (z.B. $f(x) = 2^{x+2}$)

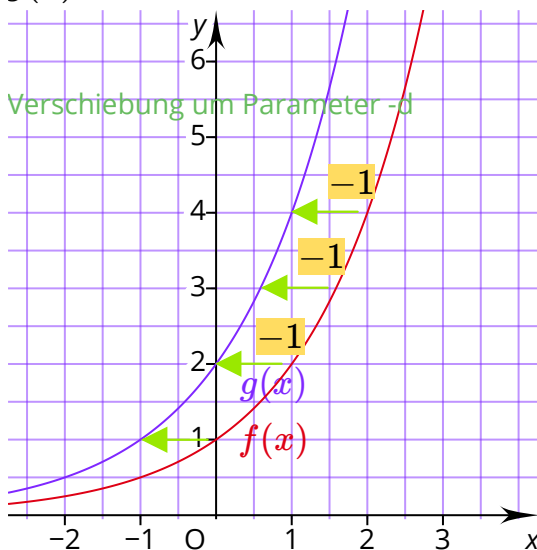
$d < 0$: Verschiebung in **positive** x-Richtung (z.B. $f(x) = 2^{x-2}$)

Beachte den Zusammenhang, dass die Verschiebung bei einem negativen Vorzeichen in **positive** x-Richtung und bei einem positiven Vorzeichen in **negative** x-Richtung erfolgt.

Beispiel 1: Verschiebung in negative x-Richtung (d ist positiv)

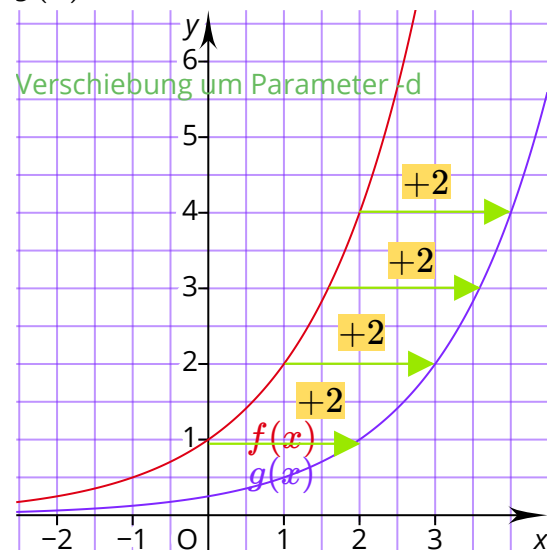
$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = 2^{x+1}$$

**Beispiel 1: Verschiebung in positive x-Richtung (d ist negativ)**

$$f(x) = 2^x$$

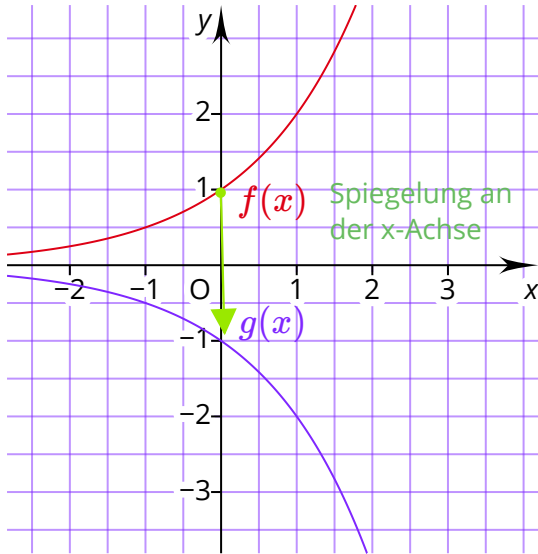
$$g(x) = 2^{x-2}$$



Beispiel 3: Spiegelung an der x-Achse

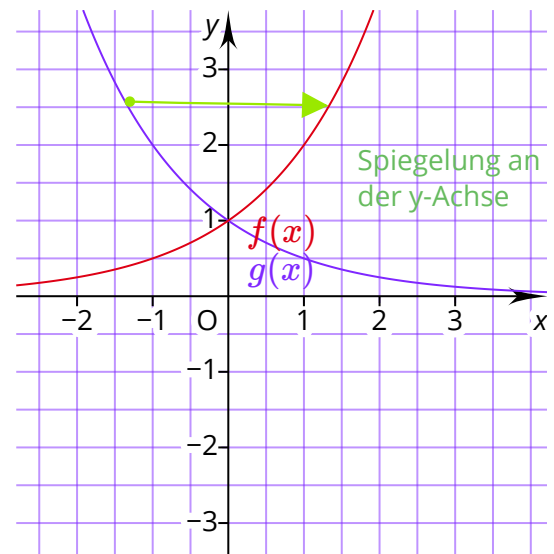
$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = -2^x$$

**Beispiel 4: Spiegelung an der y-Achse**

$$f(x) = 2^x$$

$$g(x) = 2^{-x}$$

**Zusammenfassung: Graphen verschieben, strecken, spiegeln**

Der Graph von g entsteht aus dem Graphen von f durch ...

- ... Verschiebung in y-Richtung um c genau dann, wenn $g(x) = f(x) + c$ gilt.
- ... Streckung in y-Richtung mit Faktor $a > 0$ genau dann, wenn $g(x) = a \cdot f(x)$ gilt.
- ... Spiegelung an der x-Achse genau dann, wenn $g(x) = -f(x)$ gilt.
- ... Spiegelung an der y-Achse genau dann, wenn $g(x) = f(-x)$ gilt.