

In diesem Kapitel lernst du ganz unterschiedlich aussehende Parabeln kennen. Du wirst

1. herausfinden, wie man Parabeln strecken, stauchen und spiegeln kann,
2. entdecken, welche Parameter es in der Scheitelpunktform quadratischer Funktionen gibt.

Mit diesem Wissen kannst du dann selbst verschiedene Parabeln darstellen und beschreiben.

Quadratische Funktionen verändern

Wenn du dir die Bilder noch einmal anschaut, dann fällt auf, dass die abgebildeten Parabeln anders aussehen als die gerade kennengelernte Normalparabel. In der Natur und in Anwendungen wird der Funktionsterm der Normalparabel ($y = x^2$) variiert und es entstehen die unterschiedlichsten Parabeln.

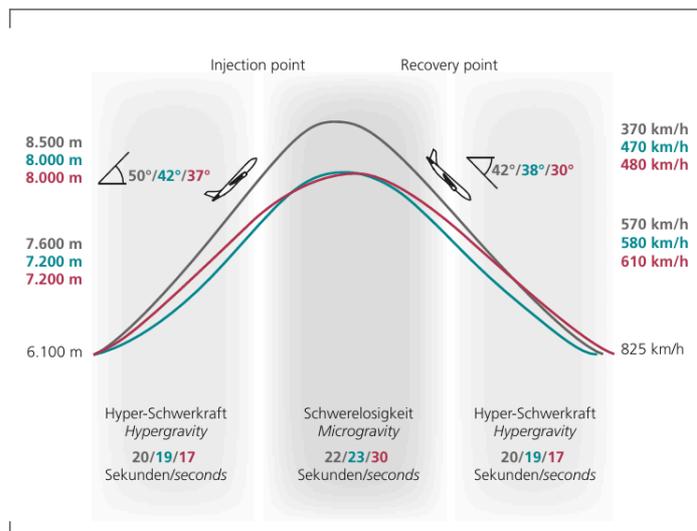


Eine Anwendung wird dir im folgenden Video gezeigt. Das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) führt seit einigen Jahren Parabelflüge durch.

Zero G: Parabelflug in die Schwerelosigkeit | PUR+

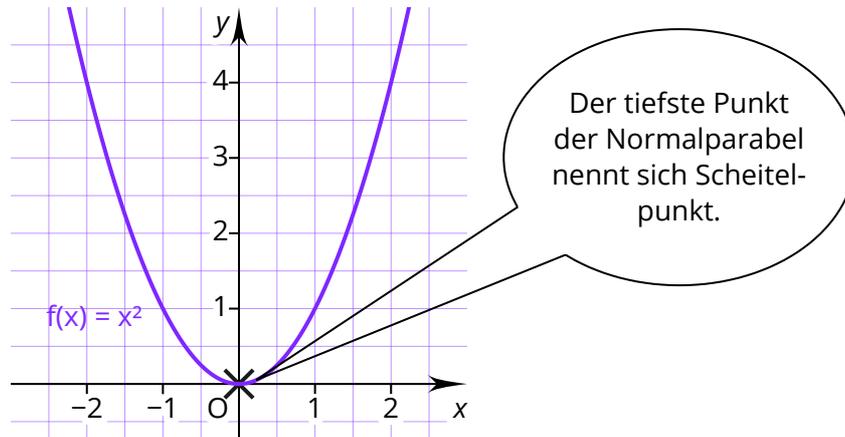


Parameter der 0-G-, Mond- und Marsparabeln/
Parameters of the 0G, lunar and Martian parabolas



Wie sieht der Graph einer Normalparabel aus?

Der Graph einer quadratischen Funktion ist eine Parabel. Der Graph der Funktion $f(x) = x^2$ wird als Normalparabel bezeichnet.



Strecken, Stauchen, Spiegeln: Parameter „a“ von $f(x) = a \cdot x^2$

Was passiert, wenn man statt der Funktion $y = x^2$ folgende Funktionen gegeben hat:

1. $y = 2x^2$
2. $y = \frac{1}{2}x^2$
3. $y = -x^2$

Notiere Vermutungen darüber, wie die Graphen der Funktionen (1), (2) und (3) aussehen, ohne diese zu zeichnen.



Hinweis

Wenn du dir unsicher bei der Formulierung deiner Vermutungen bist, kannst du Wertetabellen für die drei Funktionen aufstellen und die Funktionswerte mit den Werten von $y = x^2$ vergleichen.

Notiere Vermutungen darüber, wie die Graphen der Funktionen (1), (2) und (3) aussehen, ohne diese zu zeichnen.

Öffne anschließend das GeoGebra Applet und versuche, deine Vermutungen zu überprüfen.



In dem folgenden Lückentext werden die Erkenntnisse, die du aus der Aufgabe mitnehmen konntest, noch einmal ausformuliert. Füge die fehlenden Begriffe und Zahlen in die Lücken.

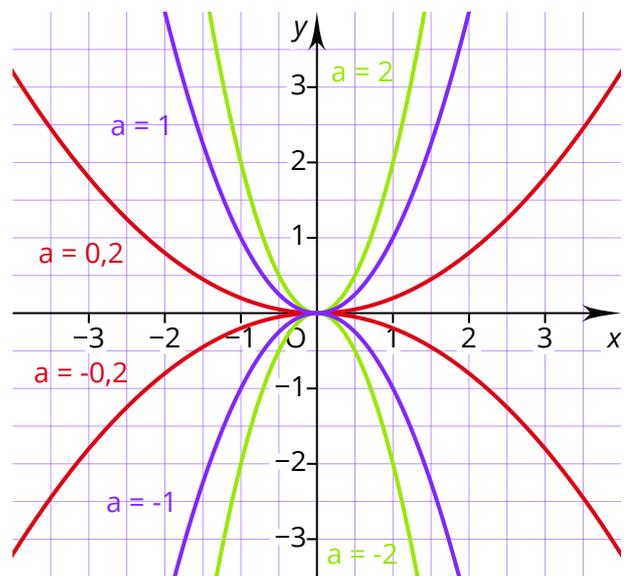
Wenn a kleiner Null ist ($a < 0$), dann ist die Parabel nach geöffnet.

Wenn a größer Null ist ($a > 0$), dann ist die Parabel nach geöffnet.

Wenn a zwischen minus Eins und Eins liegt ($-1 < a < 1$), dann wird der Graph der Funktion . Man nennt das auch eine gestauchte Parabel.

Wenn a kleiner als ($a < \text{input}$) oder größer als ist ($a > \text{input}$), dann wird der Graph der Funktion gestreckt. Er ist somit als die Normalparabel.

Mit dieser APP kannst du mit dem Streckungsfaktor nochmals üben.



Merke

Multipliziert man $y = x^2$ mit einem Faktor a , wird die Parabel **gestreckt, gestaucht** und/oder **gespiegelt**. $y = ax^2$ (mit $a \neq 0$) ergibt demnach für:

$a > 0$: Die Parabel ist nach oben geöffnet.

$a < 0$: Die Parabel ist nach unten geöffnet.

$|a| > 1$: Die Parabel ist gestreckt

$|a| < 1$: Die Parabel ist gestaucht

Der Parameter a wird auch **Streckungsfaktor** genannt.

Beispiele:

Seitliche Verschiebung der Parabel (Verschiebung in x-Richtung)

Was passiert, wenn man statt der Funktion $y = x^2$ folgende Funktionen gegeben hat:

1. $y = (x - 2)^2$
2. $y = (x + 2)^2$

Notiere Vermutungen darüber, wie die Graphen der Funktionen (1) und (2) aussehen, ohne diese zu zeichnen.

💡 Hinweis

Wenn du dir unsicher bei der Formulierung deiner Vermutungen bist, kannst du Wertetabellen für die zwei Funktionen aufstellen und die Funktionswerte mit den Werten von $y = x^2$ vergleichen.

Öffne anschließend das GeoGebra Applet und versuche, deine Vermutungen zu überprüfen.



📖 Merke

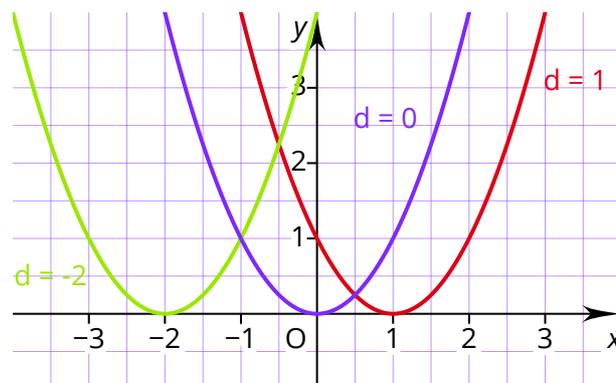
Addiert oder subtrahiert man eine Zahl d von x vor dem Quadrieren, so wird die Parabel **entlang der x-Achse verschoben**. Für $y = (x - d)^2$ gilt:

$d > 0$: Die Parabel wird entlang der x-Achse nach rechts verschoben.

$d < 0$: Die Parabel wird entlang der x-Achse nach links verschoben.

Beispiele:

Um besser zu erkennen, wie sich eine seitliche Verschiebung auswirkt, wird für die Graphen in der folgenden Abbildung die Form $f(x) = (x - d)^2$ gewählt.



Lies dir die Unterhaltung von Fabian und Merle durch und versuche, die Begründung nachzuvollziehen.

Fabian



Meine Vermutung war, dass die Funktion $g(x) = (x-2)^2$ durch das Minus nach links verschoben wird und die Funktion $h(x) = (x+2)^2$ durch das Plus nach rechts. Warum ist das genau andersrum?!

Merle



Wir können ja mal eine Tabelle für die beiden Terme im Vergleich zu $f(x) = x^2$ erstellen.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x) = (x-2)^2$	36	25	16	9	4	1	0	1	4
$f(x) = x^2$	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$h(x) = (x+2)^2$	4	1	0	1	4	9	16	25	36

Siehst du: Wenn du von dem x-Wert immer zwei abziehst, wird zum Beispiel aus dem Wert 2 der Wert 0 und die zugehörigen y-Werte tauchen erst zwei später in der Tabelle auf als bei

$$f(x) = x^2$$

Ach genau! Und wenn ich zu dem x-Wert erst noch zwei dazu rechne, rutschen die y-Werte um zwei nach links, tauchen also früher auf!



Verschiebung nach oben und unten (in y-Richtung)

Was passiert, wenn man statt der Funktion $y = x^2$ folgende Funktionen gegeben hat:

1. $y = x^2 + 3$
2. $y = x^2 - 3$

Notiere Vermutungen darüber, wie die Graphen der Funktionen (1), (2) und (3) aussehen, ohne diese zu zeichnen.

💡 Hinweis

Wenn du dir unsicher bei der Formulierung deiner Vermutungen bist, kannst du Wertetabellen für die zwei Funktionen aufstellen und die Funktionswerte mit den Werten von $y = x^2$ vergleichen.

Notiere Vermutungen darüber, wie die Graphen der Funktionen (1), (2) und (3) aussehen, ohne diese zu zeichnen.

Öffne anschließend das GeoGebra Applet und versuche, deine Vermutungen zu überprüfen.

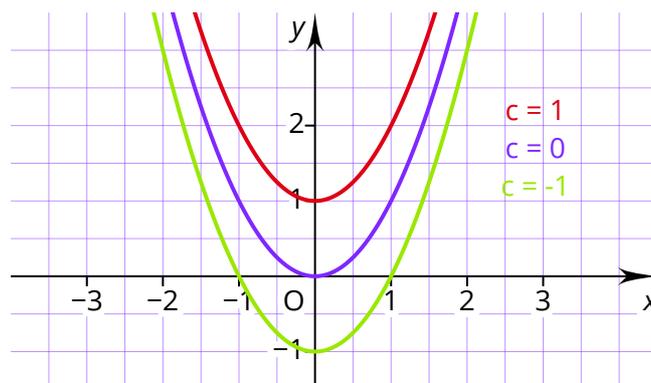


📌 Merke

Addiert oder subtrahiert man eine Zahl e von $y = x^2$, wird die Parabel **entlang der y-Achse verschoben**. Für $y = x^2 + e$ gilt:

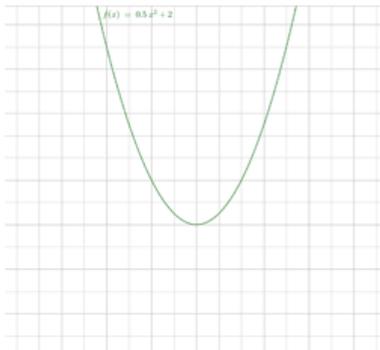
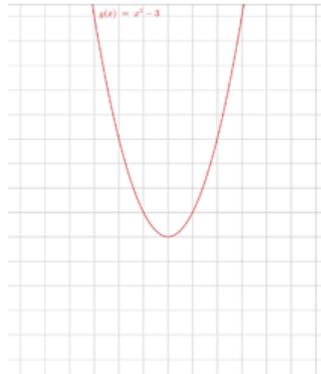
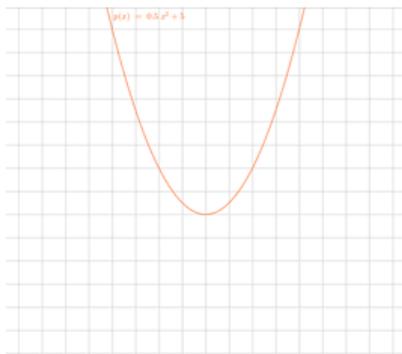
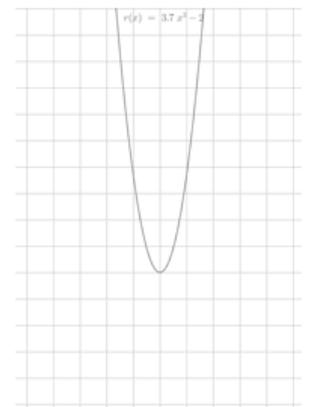
- $e > 0$: Die Parabel wird entlang der y-Achse in positive Richtung (nach oben) verschoben.
- $e < 0$: Die Parabel wird entlang der y-Achse in negative Richtung (nach unten) verschoben.

Beispiele:



- ① Graphen zeichnen einmal „verkehrt herum“: Bei dieser Aufgabe sind die Funktionsgraphen und Terme bereits gezeichnet bzw. angegeben. Was fehlt, sind die passenden Koordinatensysteme.

- Zeichne die passenden Koordinatensysteme für **drei** der quadratischen Funktionen:

(1) $f(x) = 0.5x^2 + 2$ (2) $g(x) = x^2 - 3$ (3) $h(x) = -x^2 + 1$ (4) $p(x) = 0.5x^2 + 5$ (5) $q(x) = -x^2 - 4$ (6) $r(x) = 3.7x^2 - 2$ **Tipp**

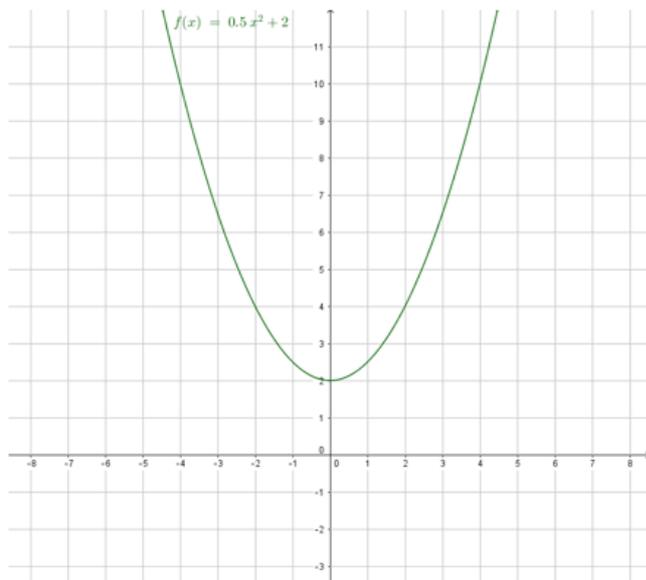
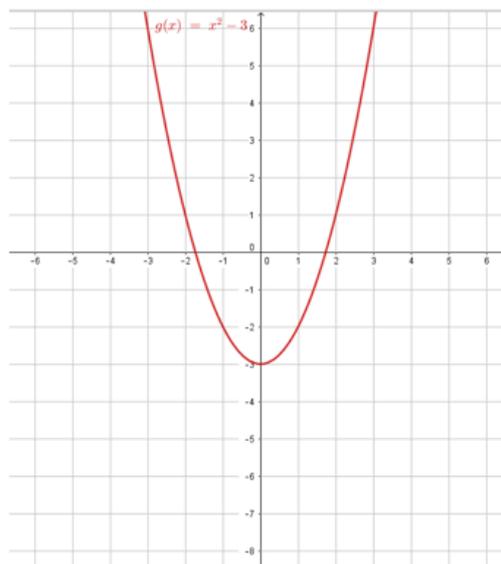
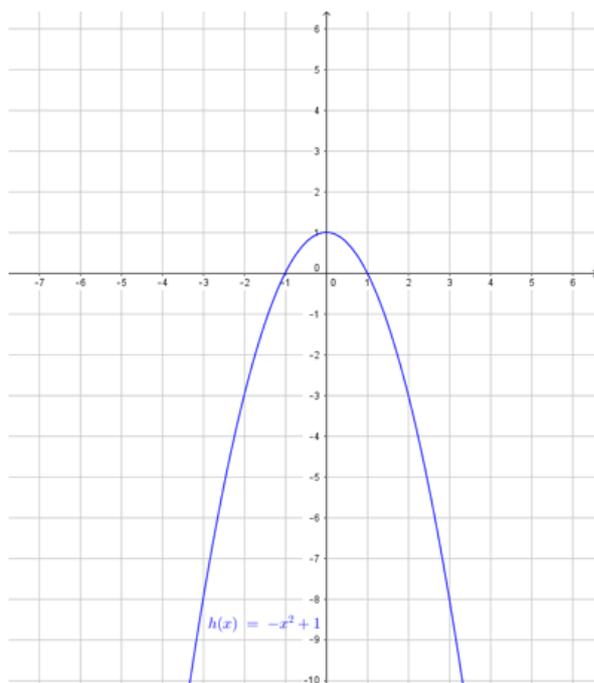
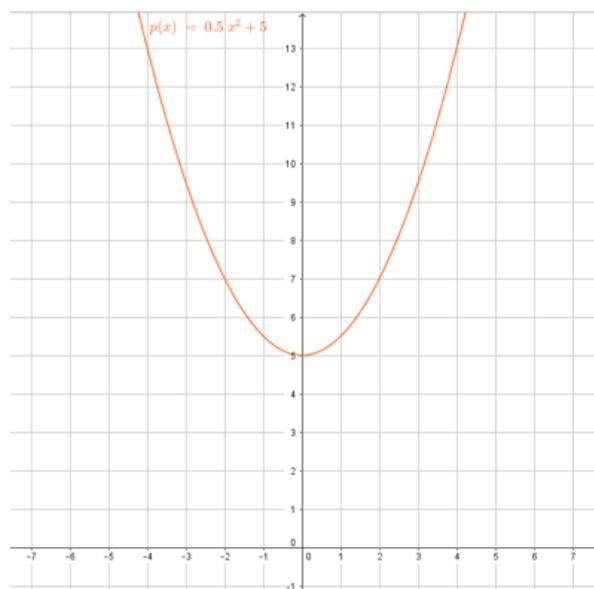
Der Parameter d kommt bei keiner der Parabeln vor, das heißt der Graph ist weder nach rechts noch nach links verschoben.

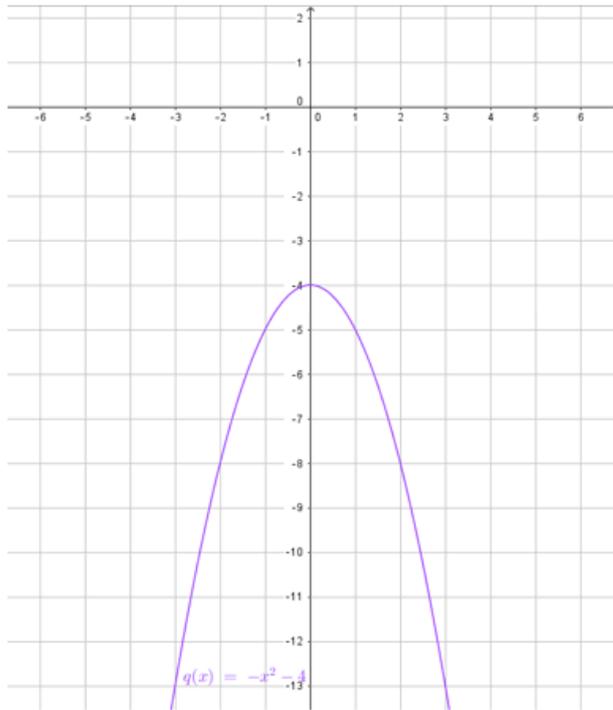
Der Parameter a sorgt für eine Stauchung oder Streckung der Parabel.

Der Parameter e verschiebt die Parabel in y -Richtung, also entlang der y -Achse nach oben oder unten.

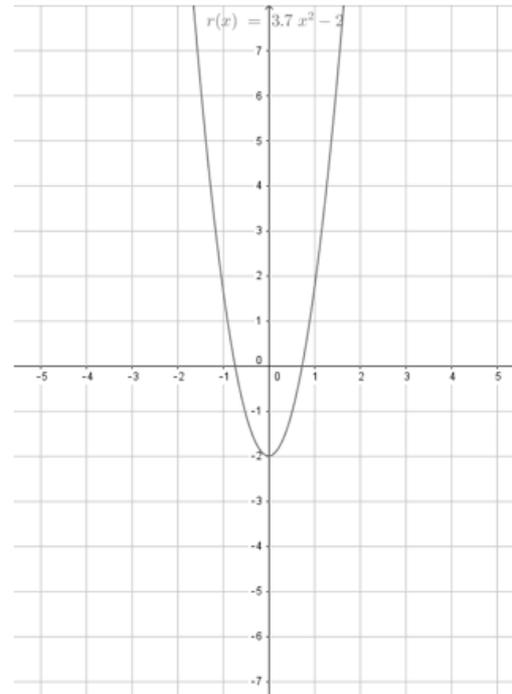
Nutze für die Abstände auf der x - und y -Achse jeweils 1 Kästchen und gehe in Einserschritten voran.

Lösungen

(1) $f(x) = 0.5x^2 + 2$ (2) $g(x) = x^2 - 3$ (3) $h(x) = -x^2 + 1$ (4) $p(x) = 0.5x^2 + 5$



(5) $q(x) = -x^2 - 4$



(6) $r(x) = 3.7x^2 - 2$