

Einstieg

Stell dir folgende Situation vor:

Dein Wecker klingelt morgens so gegen 6:20h und (wie immer zu dieser Uhrzeit ;-)) stehst du voller Vorfreude auf den Matheunterricht in der 1. Stunde auf. Aus der Küche kommt köstlicher Geruch und als du ankommst, erwartet dich das:



Da du um diese Uhrzeit aber noch nichts essen kannst, stellst du das Porridge in den Kühlschrank, um es nach der Schule zu essen.

Natürlich kommt es, wie es kommen muss: Du vergisst das Porridge nach der Schule und es bleibt unberührt im Kühlschrank. Auch an den darauffolgenden Tagen vergisst du es. Als du es nach 5 Tagen zufällig wieder im Kühlschrank findest, stellst du mit Erschrecken das hier fest...



Auf deinem (einst) leckeren Porridge hat sich ein ekliger Schimmelfilm gebildet.

Wir gehen (vereinfachend) davon aus, dass sich der Schimmel gleichmäßig ausgebreitet und mit jedem Tag verdoppelt hat. Die Ausbreitung des Schimmelpilzes findest du in dieser Tabelle:

Tag	0	1	2	3	4	5
Pilzgröße in cm^2	0 cm^2	1 cm^2	2 cm^2	4 cm^2	8 cm^2	16 cm^2
Potenz	-	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4

Jetzt fragst du dich natürlich, wie man die Schimmelpilzgröße nach z.B. $\frac{1}{2}$ Tag (=12h), $1\frac{1}{2}$ Tagen (=36h) usw. ausrechnen kann.

Deine erste Idee ist, diese mit dem Dreisatz auszurechnen. Irgendwie kann das aber nicht funktionieren...

Dann erinnerst du dich wieder an deinen Matheunterricht in der 9. Klasse...

(Die Auflösung findest du ganz am Ende)

Potenzen mit rationalen Exponenten

Beispiele

$$16^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{16^1} = \sqrt{16} = 4$$

$$27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27^1} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}}$$

$$5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$$

$$2^{-\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{2^{-3}} = \sqrt[2]{\frac{1}{2^3}} = \sqrt[2]{\frac{1}{8}}$$

$$\sqrt[4]{81^3} = 81^{\frac{3}{4}}$$

Wichtig: Beachte, was mit einem Minus passiert

Du musst in beiden Richtungen umformen können



Erklärvideo

Schau dir das Erklärvideo zu „Potenzen mit rationalen Exponenten“ an.



Merke

Potenzen mit Brüchen als Exponent werden wie folgt behandelt:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^1} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Erinnern wir uns noch einmal an das Einstiegsbeispiel....

Tag	0	1	2	3	4	5
Pilzgröße in cm^2	0 cm^2	1 cm^2	2 cm^2	4 cm^2	8 cm^2	16 cm^2
Potenz	-	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4

Um also den Schimmelbefall nach $\frac{1}{2}$ Tag auszurechnen, rechnest du wie folgt:

$$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2^1} = \sqrt{2} = 1,41 \text{ cm}^2$$

Nach 36 Stunden ($1\frac{1}{2}$ Tagen) rechnest du:

$$2^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{2^3} = \sqrt{8} = 2,82 \text{ cm}^2$$

Die Basis ist 2, da sich die Pilzfläche jeden Tag verdoppelt