GN: Probeklausur

Mathematik Funktionen 10

① a) Rechne die Winkel vom Gradmaß ins Bogenmaß um.
(1) 24 ° (2) 192°
b) Rechne die Winkel vom Bogenmaß ins Gradmaß um.
(1) 1,5 π (2) 0,75

② Entscheide, ob die Aussage wahr oder falsch ist. Korrigiere falsche Aussagen.

a) Die Funktion $f(x) = 0{,}5 \cdot sin(2x) - 1$ hat keine Nullstellen.

◯ wahr
◯ falsch

b) Die Graphen der Funktionen $f(x) = sin\ (x + \frac{\pi}{2})$ und $g(x) = cos(x + 2\pi)$ sind identisch.

◯ wahr
◯ falsch

c) Wenn 4 Punkte einer trigonometrischen Funktion bekannt sind, lässt sich ihre Funktionsgleichung sicher bestimmen.

◯ wahr
◯ falsch

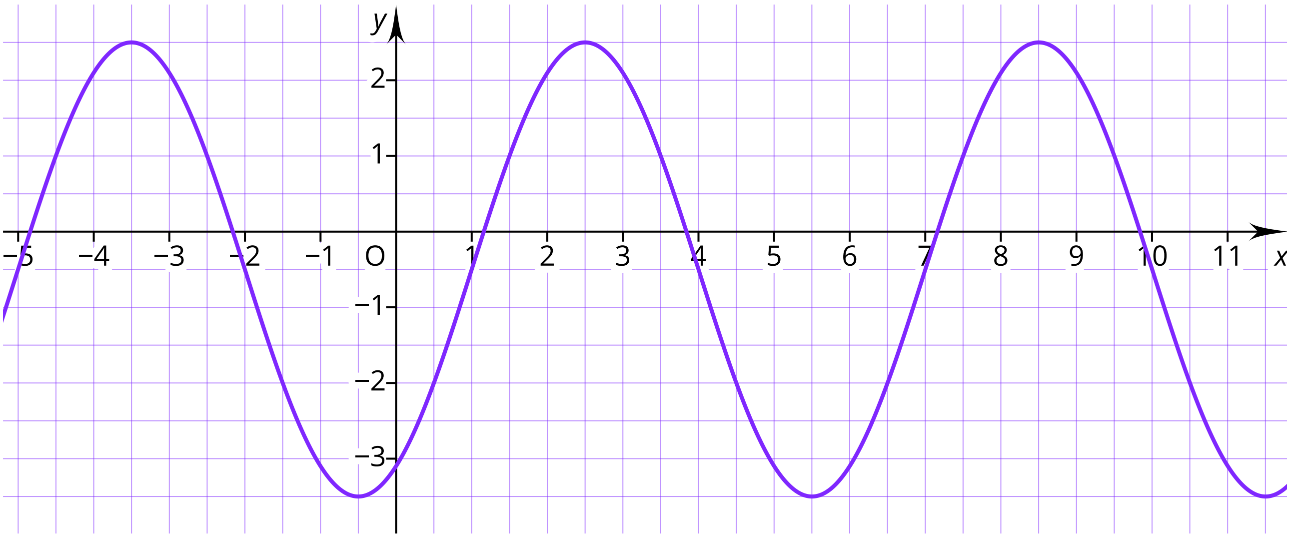
d) Die Ruhelage d lässt sich als Mittelwert der Funktionswerte von einem Hochpunkt und einem Tiefpunkt einer trigonometrischen Funktion bestimmen.

◯ wahr
◯ falsch

③ Die Abbildung zeigt eine Funktion der Form $f(x) = a \cdot sin[b(x + c)] + d$.

a) Bestimme passende Werte für die Parameter a, b, c und d und gib die Funktionsgleichung an.

b) Erläutere, warum es unendlich viele Funktionsgleichungen gibt, die den Graphen der dargestellten Funktion beschreiben.

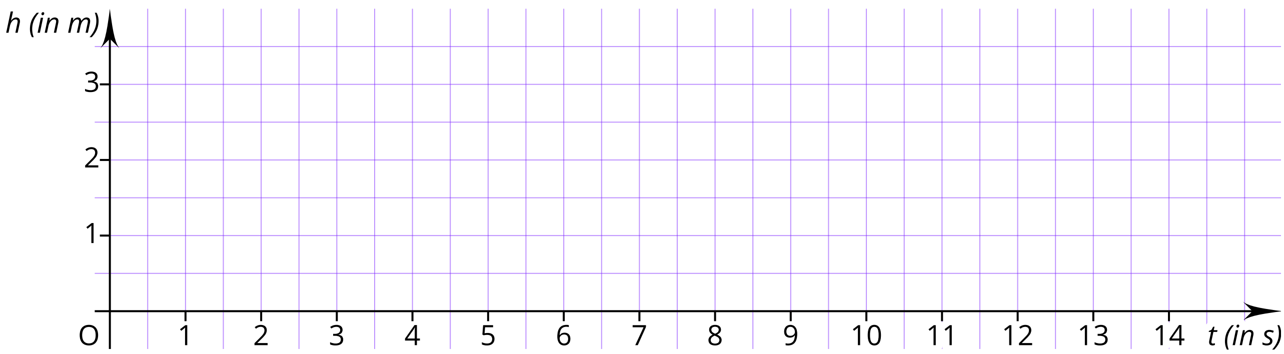


④ Die Bewegung des Snowboarders in der Halfpipe lässt sich mit der Funktion $h(t) = 1{,}5 \cdot sin[\frac{2}{3}\pi(t - 2{,}25)] + 1{,}5$ beschreiben. Dabei gibt $h(t)$ seine Höhe in Metern zum Zeitpunkt t in Sekunden an.

a) Stelle den Graphen der Funktion im Koordinatensystem dar.

b) Ermittle die Höhe des Snowboarders an seinem höchsten Punkt.

c) Berechne, wie lange der Snowboarder benötigt, um vom höchsten Punkt auf der einen Seite zum höchsten Punkt auf der anderen Seite der Halfpipe zu fahren.



Musterlösung

Hinweis: Es handelt sich um Beispiellösungen. Teilweise sind alternative Rechenwege möglich.

① $b_K = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} = 2 \cdot \pi \cdot 2\ cm \cdot \frac{114^\circ}{360^\circ} \approx 3{,}98\ cm$

② $d_1 = 26\ cm$
$r_1 = \frac{d_1}{2} = 13\ cm$
$A_1 = \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot (13\ cm)^2 \approx 530{,}93\ cm^2$

$d_2 = 42\ cm$
$r_2 = \frac{d_2}{2} = 21\ cm$

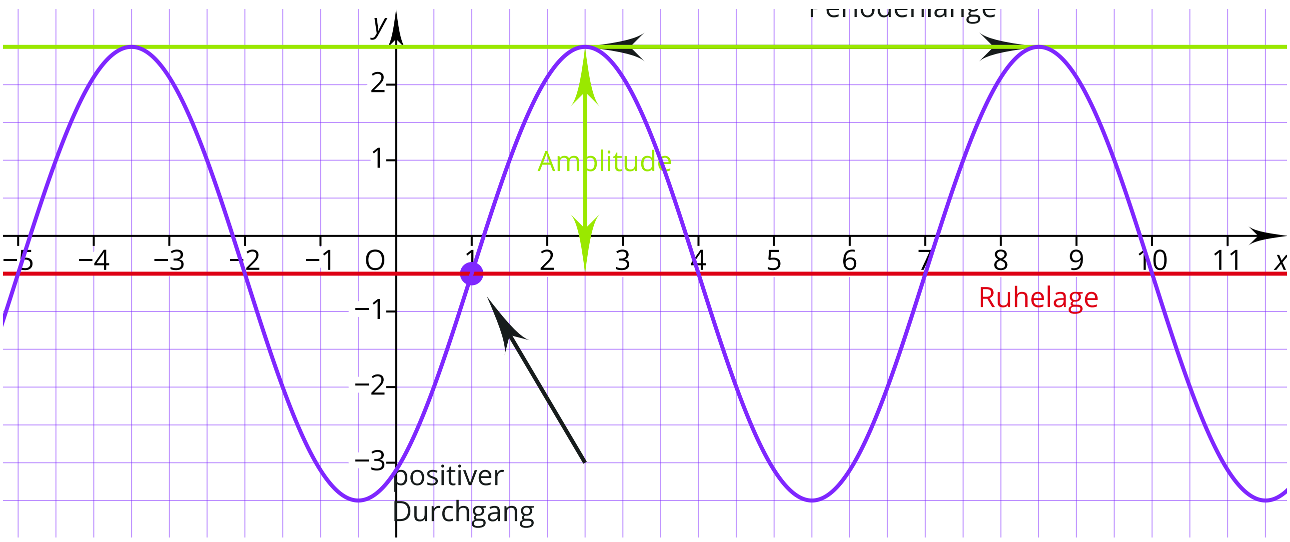
$\alpha = \frac{A_1 \cdot 360^\circ}{\pi \cdot r_2^2} = \frac{530{,}93\ cm^2 \cdot 360^\circ}{\pi \cdot (21\ cm)^2} \approx 137{,}96^\circ$

Der Mittelpunktswinkel sollte bei knapp 138° liegen.

③ a) (1) $b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{24^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{2}{15}\pi \approx 0{,}4189$
(2) $b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{192^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{16}{15}\pi \approx 3{,}3510$
b) (1) $\alpha = \frac{b}{2\pi} \cdot 360^\circ = \frac{1{,}5\pi}{2\pi} \cdot 360^\circ = 270^\circ$
(2) $\alpha = \frac{b}{2\pi} \cdot 360^\circ = \frac{0{,}75}{2\pi} \cdot 360^\circ \approx 42{,}97^\circ$

④ Die Aussagen a), b) und d) sind wahr.
Die Aussage c) ist falsch. Es gibt jedoch Konstellationen, für die die Aussage wahr ist. Wenn jedoch beispielsweise nur Hochpunkte gegeben sind, lässt sich die Amplitude nicht bestimmen.

⑤ a)

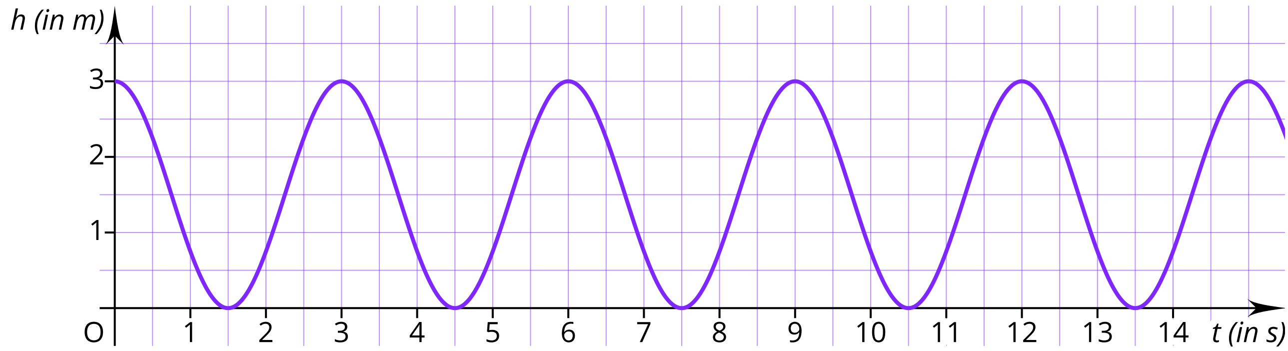


$T = 6$

$f(x) = 3 \cdot sin[\frac{1}{3}\pi(x-1)] - 0{,}5$

b) Der Wert für c lässt sich mit jedem beliebigen positiven Durchgang der Funktion ermitteln. Da die Funktion unendlich viele positive Durchgänge hat, gibt es auch unendlich viele Werte für c.

⑥ a)



b) $|a| + d = 1{,}5 + 1{,}5 = 3$

Der Snowboarder fährt bis zu $3\ m$ hoch.

c) $T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = 3$

Von einer Seite zur anderen Seite braucht der Snowboarder $3\ s$.