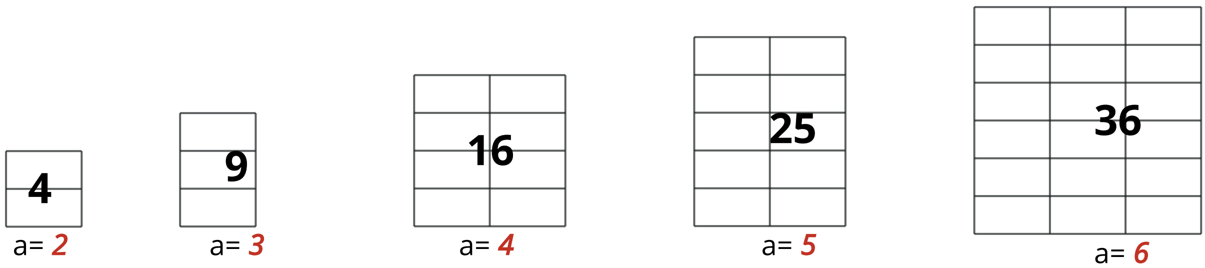
INFO: Quadratzahlen - Wurzelziehen - Zehner...

Mathematik M 9

Quadrieren

Quadratzahlen

... sind die Flächeninhalte von Quadraten mit einer Kantenlänge a mit natürlichen Zahlen.



Zum Beispiel:

$4 \cdot 4 = 4^2 = \underline{16}$ | $11 \cdot 11 = 11^2 = \underline{121}$ | $1{,}4 \cdot 1{,}4 = 1{,}4^2 = \underline{1{,}96}$

$5 \cdot 5 = 5^2 = \underline{25}$ | $13 \cdot 13 = 13^2 = \underline{169}$ | $1{,}8 \cdot 1{,}8 = 1{,}8^2 = \underline{3{,}24}$

$8 \cdot 8 = 8^2 = \underline{64}$ | $17 \cdot 17 = 17^2 = \underline{289}$ | $2{,}5 \cdot 2{,}5 = 2{,}5^2 = \underline{6{,}25}$

BEACHTE!

Achte auf die Vorzeichen:

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$
$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

ABER:

$$-3^2 = -(3 \cdot 3) = -9$$

Die Quadratzahlen bis 20 solltest du **auswendig** wissen!

Lerne diese **auswendig.**

Quadratzahlen? - Die muss man auswendig lernen!

$0^2 = 0$
$1^2 = 1$
$2^2 = 4$
$3^2 = 8$
$4^2 = 16$
$5^2 = 25$
$6^2 = 36$
$7^2 = 49$

$8^2 = 64$
$9^2 = 81$
$10^2 = 100$
$11^2 = 121$
$12^2 = 144$
$13^2 = 169$
$14^2 = 196$
$15^2 = 225$

$16^2 = 256$
$17^2 = 289$
$18^2 = 324$
$19^2 = 361$
$20^2 = 400$
$25^2 = 625$

INFO: Quadratzahlen - Wurzelziehen - Zehner...

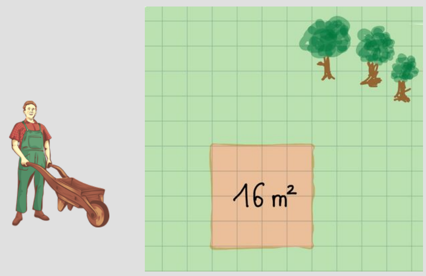
Mathematik M 9

Wurzelziehen

Einstiegsfrage

Der Landschaftsgärtner soll einen Swimming-Pool für Familie Betz im Garten bauen.
Dieser soll **quadratisch** und **16 m²** groß sein.

Wie lang und breit muss das Loch sein, welches der Landschaftsgärtner gräbt?



Lösungsweg

Am einfachsten erhältst du die Lösung durch das **Wurzelziehen**:

$\sqrt{16} = 4$ weil $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

Antwort: Der Pool ist 4m breit und lang.

Merke:

Die **Quadratwurzel** einer Zahl a ist jene positive Zahl, deren Quadrat gleich der gegebenen Zahl a ist.

$\sqrt{a} = b$ weil $b^2 = b \cdot b = a$

Beispiel:

$\sqrt{9} = 3$ weil $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

***Wurzelziehen** ist also die **Umkehrung** von **Quadrieren**.*

Unter der Wurzel darf NIE ein Minus stehen!

$\cancel{\sqrt{-7}}$

Quadratwurzel ziehen | Lehrerschmidt

Der Radikand

Als Radikand wird die Zahl bezeichnet, die unter der Wurzel geschrieben ist. Der Radikand darf in den uns bisher genutzten Zahlenräumen nicht negativ sein!

$\sqrt{\text{Radikand}}$

① Wichtige Quadratwurzeln selbst entdecken:

a) **Bestimme** die fehlenden Zahlen.

b) *Was fällt dir auf?*
Schaue dir auch die letzten Ziffern der Quadratzahlen und der Zahlen unter der Wurzel **an**!

c) **Lerne** diese auswendig!

Quadratwurzel ziehen | Wurzel ziehen

$\sqrt{1} = 1$, weil $1^2 = 1 \cdot 1 = 1$

$\sqrt{4} = 2$, weil $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$

$\sqrt{9} = 3$, weil $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

$\sqrt{16} = 4$, weil $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

$\sqrt{25} = 5$, weil $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

$\sqrt{\square} = 6$, weil $6^2 = 6 \cdot 6 = \square$

$\sqrt{\square} = 7$, weil $7^2 = 7 \cdot 7 = \square$

$\sqrt{\square} = 8$, weil $8^2 = 8 \cdot 8 = \square$

$\sqrt{\square} = 9$, weil $9^2 = 9 \cdot 9 = \square$

$\sqrt{\square} = 10$, weil $10^2 = 10 \cdot 10 = \square$

$\sqrt{121} = 11$, weil $11^2 = 11 \cdot 11 = 121$

$\sqrt{144} = 12$, weil $12^2 = 12 \cdot 12 = 144$

$\sqrt{\square} = 13$, weil $13^2 = 13 \cdot 13 = \square$

$\sqrt{\square} = 14$, weil $14^2 = 14 \cdot 14 = \square$

$\sqrt{\square} = 15$, weil $15^2 = 15 \cdot 15 = \square$

$\sqrt{\square} = 16$, weil $16^2 = 16 \cdot 16 = \square$

$\sqrt{\square} = 17$, weil $17^2 = 17 \cdot 17 = \square$

$\sqrt{324} = 18$, weil $18^2 = 18 \cdot 18 = 324$

$\sqrt{361} = 19$, weil $19^2 = 19 \cdot 19 = 361$

$\sqrt{400} = 20$, weil $20^2 = 20 \cdot 20 = 400$

Merke
Negative Zahlen können quadriert werden, aus negativen Zahlen kann jedoch keine Wurzel gezogen werden (siehe nächste Beispiele).

Beispiele zum **Quadrieren** und **Wurzelziehen**:
Tipp: Lösungen immer abdecken!

a) $11 \cdot 11 =$
$11^2 = 121$

b) $0,3 \cdot 0,3 =$
$0,3^2 = 0,09$

c) $(-5) \cdot (-5) =$
$(-5)^2 = 25 \longrightarrow$ das Ergebnis wird positiv, da $- \cdot - = +$

d) $\sqrt{100} =$
$\sqrt{10 \cdot 10} = 10$

e) $\sqrt{-100}$
$\longrightarrow$ keine Lösung
Schau mal, was dein Taschenrechner anzeigt.

f) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$
$\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{27}$

Die **Zehnerpotenzen** „funktionieren" im Prinzip genauso wie das Quadrieren, nur, dass es neben der Hochzahl ^{2} noch größere oder negative Hochzahlen gibt.

- $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$
- $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$
- $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000$
- Was ist also 10^1?   Richtig: $10^1 = 10$
- Zehnerpotenzen können auch addiert, subtrahiert und multipliziert werden.
  Wie das geht, siehst du in den Beispielen.
- **Merke**: $10^0 = 1$ (hoch ^{0} ist **immer** 1 also auch $7^0 = 1$)
- Was ist dann 10^{-1} ?
  Denke einmal drüber nach. Das kommt dann in einer der nächsten Einheiten.

Allgemeine Wurzeln ziehen ohne Taschenrechner, mit der Intervallschachtelung.

Um eine Wurzel zu ziehen, musst du immer dir bekannte Quadratzahlen mit dem Radikand vergleichen. Du wählst ein Intervall, also einen Zahlenbereich, in dem die Wurzel liegt und verkleinerst den Intervall immer wieder ein bisschen, bis du die gewünschte Zahl erreicht hast.

Gesucht ist das Ergebnis von $\sqrt{110{,}25} =$?

$\sqrt{100} = 10$

Das Ergebnis ist größer als 10.

$\sqrt{121} = 11$

Das Ergebnis ist kleiner als 11.

Die Mitte von 10 und 11 ist $10{,}5$ also wird $10{,}5^2$ berechnet.

$10{,}5^2 = 110{,}25$

Radikand erreicht und Rechnung beendet.

$\sqrt{110{,}25} = \underline{10{,}5}$

Falls man damit noch nicht zum richtigen Ergebnis kommt, probiert man es nach diesem Prinzip weiter.