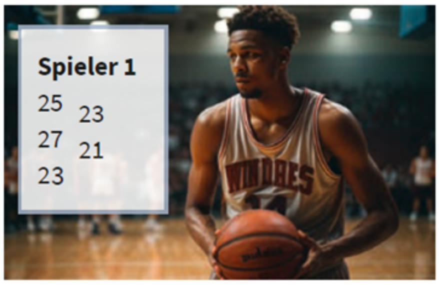
INPUT: Varianz und Standardabweichung

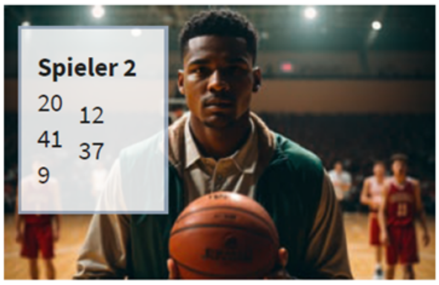
Mathematik Statistik R 9

Einführung

① Die Trainerin muss sich für das nächste Spiel entscheiden, welchen von zwei Spielern sie einsetzt. Die Spieler haben in den letzten 5 Spielen unterschiedlich oft getroffen.

Für welchen Spieler soll sie sich entscheiden?

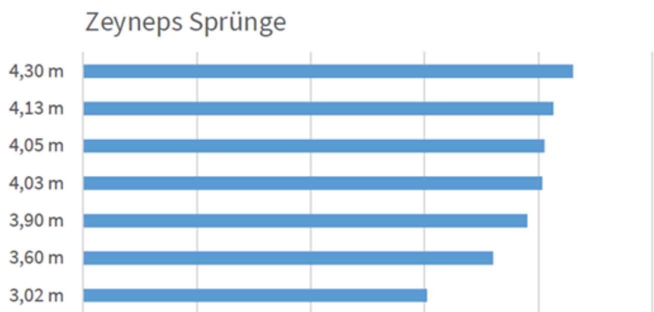


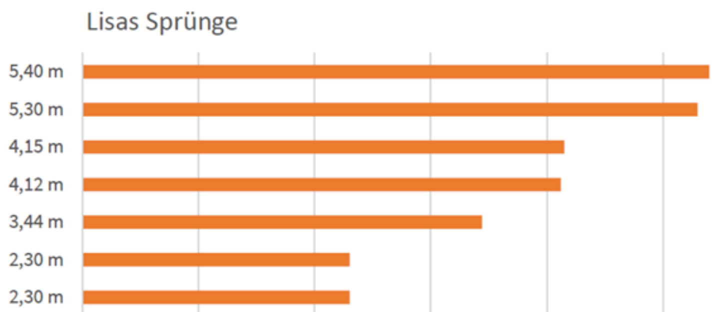


Tipp: Berechne die dir bekannten statistischen Größen beider Spieler. Was stellst du fest? Was könnte man noch vergleichen?

② Die Weitspringerinnen Zeynep und Lisa sind jeweils sieben Mal gesprungen.
Ihre Trainerin Paula Müller hat die Leistungen in Diagrammen dargestellt. Wer von beiden zeigt die bessere Leistung?

- Finde verschiedene Argumente für die jeweiligen Springerinnen
- Für welche Weitspringerin würdest du dich entscheiden?





Varianz und Standardabweichung

Zwei Oberstufenschüler Max und Moritz aus Geithain vergleichen ihre Stundenpläne. Beide habe 34 Wochenstunden. Diese sind jedoch sehr unterschiedlich verteilt (Angaben in Stunden).

Wochentag	Mo	Di	Mi	Do	Fr
Max	4	6	4	10	10
Moritz	6	10	8	4	6

Wenn du nun bewerten solltest, welcher Stundenplan der besser ist, dann fiele dir die Entscheidung vermutlich leicht.

Möchte man das mit Hilfe unserer Lageparameter arithmetische Mittel, Median, Minimum und Maximum nachweisen, so stellt man fest, dass alle Parameter gleich sind:

Lageparameter	Max	Moritz
Arithmetisches Mittel $\bar{x}$	6,8	6,8
Median	6	6
Minimum x_{min}	4	4
Maximum x_{max}	10	10
Spannweite w	6	6

Wir brauchen also noch einen weiteren Steuungsparameter: Die **Standardabweichung s**. Um diese jedoch zu definieren, hat man einen Zwischenwert bei der Berechnung eingeführt: Die **Varianz** s^2. Sie ist der mittlere quadratische Abstand vom arithmetischen Mittel. Das klingt kompliziert, ist es aber nicht.

Wir nehmen die Differenz der einzelnen Messwerte vom arithmetischen Mittel $\bar{x}$ = 6,8 für den Stundenplan von Max. Also ergibt sich:

4 - 6,8 = **-2,8**
6 - 6,8 = **-0,8**
4 - 6,8 = **-2,8**
10 - 6,8 = **3,2**
10 - 6,8 = **3,2**

Nun hat man sowohl positive als auch negative Werte. Um dies zu vermeiden, hielt man es für sinnvoller, anstatt Betragsstriche zu setzen, die Werte zu quadrieren. Anschließend summiert man die Werte auf und dividiert durch n (Anzahl der Werte), um den Mittelwert zu bilden.

$$Varianz(s^2) = \frac{(-2{,}8)^2+(-0{,}8)^2+(-2{,}8)^2+3{,}2^2+3{,}2^2}{5} = 7{,}4$$

Um nun die Quadration rückgängig zu manchen, zieht man die Wurzel und erhält die Standardabweichung s.

$$Standardabweichungs = \sqrt{s^2} = \sqrt{7{,}4} = 2{,}7$$

Die errechnete Standardabweichung bedeutet, dass die Werte von Max **im Mittel** um 2,7 vom arithmetischen Mittel (Durchschnitt) **abweichen**.

Varianz und Standardabweichung

Für eine Stichprobe mit Umfang n und arithmetischem Mittel $\bar{x}$ gilt für die **Varianz**:

$$s^2 = \frac{(x_1-\bar{x})+(x_2-\bar{x})+...+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

Die **Standardabweichung** ist $s = \sqrt{s^2}$

Hier nochmal erklärt, für wen das leichter ist: Standardabweichung und Varianz

Berechnen wir nun die Varianz und Standardabweichung für den Stundenplan von Moritz:

$$s^2 = \frac{(6-6{,}8)^2+(10-6{,}8)^2+(4-6{,}8)^2+(6-6{,}8)^2}{5} = 3{,}9$$

$$s = \sqrt{3{,}9} = 2{,}0$$

Wir sehen also, dass die Standardabweichung bei Moritz (s = 2,0) kleiner ist als die bei Max (s = 2,7), so dass man daraus schließen kann, dass Moritz Stundenzahl weniger vom Mittelwert abweicht als die von Max.

③ Im Einstiegsbeispiel hast du eventuell schon gesehen, dass die Werte von Basketballer 1 weniger streuen als von Basketballer 2. Überprüfe deine Vermutung, indem du Varianz und Standardabweichung beider Spieler berechnest. Gehe wie folgt vor:
1. Durchschnitte der Spieler einzeln berechnen
2. Jeweils die Abweichung vom Mittelwert nehmen und quadrieren (Klammern nicht vergessen!
3. Für die Standardabweichung noch die Wurzel ziehen