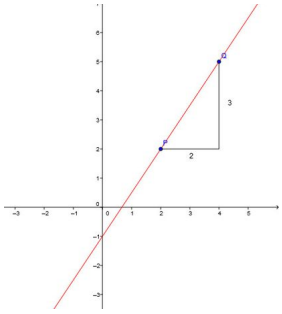
8 Funktionale Zusammenhänge

Mathematik Anwendung, Funktionen

1. Zuordnungen & Abhängigkeiten

Ein funktionaler Zusammenhang beschreibt, wie eine Grösse (z. B. y) von einer anderen Grösse (z. B. x) abhängt. Mathematisch gesehen ist das eine Zuordnung, bei der jedem Wert von x genau ein Wert von y zugeordnet wird.

- **Beispiel:** Wenn du mit dem Fahrrad fährst, hängt die zurückgelegte Strecke (y) von der Zeit (x) ab.
- **Darstellung:** Tabellen, Graphen oder Formeln (z. B. y = 2x).



Zuordnungen

Proportionale Zuordnungen

Anti-proportionale Zuordnungen

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/lze-immersive-learning-space/dokument/8-funktionale-zusammenhaenge

2. Proportionalität

Ein Zusammenhang ist **proportional**, wenn sich zwei Grössen im gleichen Verhältnis ändern. Das bedeutet: Wenn x doppelt so gross wird, wird auch y doppelt so gross.

- **Merkmal:** Gerade Linie durch den Ursprung im Koordinatensystem.
- **Formel:** $y = k \cdot x$ (k ist die Proportionalitätskonstante).
- **Beispiel:** Wenn 1 Apfel 2 CHF kostet, kosten 3 Äpfel 6 CHF ($y = 2 \cdot x$).

Proportionale Zuordnung

Proportionalitätsfaktor

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/lze-immersive-learning-space/dokument/8-funktionale-zusammenhaenge

3. Umgekehrte Proportionalität

Ein Zusammenhang ist **umgekehrt proportional**, wenn das Produkt der beiden Grössen konstant bleibt. Wenn x grösser wird, wird y kleiner – und umgekehrt.

- **Merkmal:** Hyperbel im Koordinatensystem.
- **Formel:** $x \cdot y = k$ (k ist eine Konstante).
- **Beispiel:** Wenn 4 Arbeiter 8 Tage für eine Arbeit brauchen, brauchen 8 Arbeiter nur 4 Tage ($x \cdot y = 32$).

Umgekehrt-proportionale Zuordnung

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/lze-immersive-learning-space/dokument/8-funktionale-zusammenhaenge

4. Anwendung

Funktionale Zusammenhänge sind überall im Alltag und in der Wissenschaft. In Berufen wie Architektur, Wirtschaft oder Technik musst du Abhängigkeiten verstehen, um Probleme zu lösen:

- **Proportionalität:** Beim Einkaufen (Preis pro Kilogramm), beim Tanken (Kosten pro Liter Benzin) oder beim Umrechnen von Einheiten.
- **Umgekehrte Proportionalität:** Bei der Planung von Arbeit (mehr Helfer = weniger Zeit) oder physikalischen Gesetzen (z. B. Druck und Volumen bei Gasen).

Denkfrage: Wie würde sich dein Taschengeld ändern, wenn du doppelt so viele Stunden arbeitest?

5. Wichtige Formeln

Proportionalität

- **Formel:** $y = k \cdot x$
  - $k = y / x$ (Proportionalitätskonstante berechnen).
- **Schritte:**
  1. Finde k mit einem bekannten Wertepaar.
  2. Setze k in die Formel ein, um andere Werte zu berechnen.

Umgekehrte Proportionalität

- **Formel:** $x \cdot y = k$
  - $k = x \cdot y$ (Konstante berechnen).
- **Schritte:**
  1. Berechne k mit einem bekannten Wertepaar.
  2. Löse nach der gesuchten Größe auf (z. B. $y = k / x$).

Tipp: Zeichne eine Tabelle oder einen Graphen, um den Zusammenhang zu überprüfen!

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/lze-immersive-learning-space/dokument/8-funktionale-zusammenhaenge

6. Beispielaufgaben

1. Aufgabe: Ein Auto fährt mit konstanter Geschwindigkeit. In 2 Stunden legt es 120 km zurück. Wie weit kommt es in 5 Stunden?

Schritt 1: Finde k.
k = y / x = 120 km / 2 h = 60 km/h.

Schritt 2: Berechne y für x = 5 h.
y = k · x = 60 · 5 = 300 km.

Lösung: Das Auto fährt 300 km in 5 Stunden.

2. Aufgabe: 6 Personen brauchen 12 Stunden, um einen Zaun zu bauen. Wie lange brauchen 9 Personen?

Schritt 1: Finde k.
k = x · y = 6 · 12 = 72.

Schritt 2: Berechne y für x = 9.
y = k / x = 72 / 9 = 8 Stunden.

Lösung: 9 Personen brauchen 8 Stunden.

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/lze-immersive-learning-space/dokument/8-funktionale-zusammenhaenge

7. Übungsaufgaben

Proportionalität

1. Ein Kilo Äpfel kostet 3 CHF. Wie viel kosten 4 kg Äpfel?
2. Ein Zug fährt 150 km in 3 Stunden. Wie weit fährt er in 7 Stunden?
3. Für 5 Meter Stoff zahlst du 20 CHF. Wie viel kostet 12 Meter Stoff?

Umgekehrte Proportionalität

1. 8 Arbeiter bauen ein Haus in 10 Tagen. Wie lange brauchen 5 Arbeiter?
2. Ein Auto fährt mit 60 Litern Benzin 480 km. Wie weit kommt es mit 40 Litern?
3. Maschinen produzieren 120 Teile in 4 Stunden. Wie lange brauchen 6 Maschinen?

Gemischte Aufgaben

1. Ein Rezept für 4 Personen braucht 200 g Mehl. Wie viel Mehl brauchst du für 10 Personen? (Proportionalität)
2. 12 Schüler teilen sich einen Kuchen in 6 Minuten. Wie lange brauchen 8 Schüler? (Umgekehrte Proportionalität)
3. Zeichne den Graphen für y = 3x (Proportionalität) und überprüfe mit 3 Wertepaaren.
4. Überlege: Wenn du doppelt so schnell fährst, wie lange brauchst du dann für eine Strecke? (Umgekehrte Proportionalität)

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/lze-immersive-learning-space/dokument/8-funktionale-zusammenhaenge

8. Zusammenhang: lineare Funktionen

Lizenzhinweise: https://editor.mnweg.org/lze-immersive-learning-space/dokument/8-funktionale-zusammenhaenge