

Kürzen

Bruchterme können durch Kürzen **vereinfacht** werden. Dies ist wichtig, da vereinfachte Bruchterme leichter zu verstehen und zu interpretieren sind. Dadurch können Brüche einfacher miteinander verglichen werden. Auch könnten komplizierte Brüche zu Rechenfehlern führen.



Merke

Beim Kürzen von Bruchtermen werden **Zähler** und **Nenner** durch die **selbe Zahl** oder **Variable** geteilt.

Beispiele:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \frac{9x}{12x} &= \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \cdot \cancel{x}}{\underset{4}{\cancel{12}} \cdot \cancel{x}} = \frac{3}{4} \\ \textcircled{2} \quad \frac{10x}{5x^2} &= \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \cdot \cancel{x}}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot x \cdot \cancel{x}} = \frac{2}{1 \cdot x} = \frac{2}{x} \\ \textcircled{3} \quad \frac{4xyz}{16xv} &= \frac{\overset{1}{\cancel{4}} \cdot \cancel{x} \cdot y \cdot z}{\underset{4}{\cancel{16}} \cdot \cancel{x} \cdot v} = \frac{1 \cdot y \cdot z}{4 \cdot v} = \frac{yz}{4v} \end{aligned}$$

Erklärvideo



① **Kürze** die Bruchterme.

a) $\frac{4x}{20x}$

b) $\frac{25xy}{5xz}$

c) $\frac{3x}{9x^2}$

d) $\frac{4abc}{8abc}$

e) $\frac{12x^3}{4x^2}$

f) $\frac{36x}{42}$

Ausklammern und Kürzen

Ausklammern bei Bruchtermen ist eine Technik, um Brüche zu **vereinfachen**, indem man einen gemeinsamen Faktor sowohl im Zähler als auch im Nenner findet und diesen dann ausklammert. Ausklammern wird deshalb auch „Faktorisieren“ genannt.



Vorgehen

Betrachten wir den Bruchterm: $\frac{2x}{4x^2 + 8x}$

Schritte zum Ausklammern:

1. Faktor herausfinden:

Im Nenner haben beide Terme den gemeinsamen Faktor $4x$.

2. Ausklammern:

$4x$ wird im Nenner ausgeklammert: $\frac{2x}{4x(x+2)}$

3. Kürzen:

Jetzt können wir die gemeinsamen Faktoren im Zähler und im Nenner kürzen.

Zuerst kürzen wir x : $\frac{2\cancel{x}}{4\cancel{x}(x+2)}$ Dann kürzen wir die 4 und 2: $\frac{\cancel{2}}{\cancel{4}(x+2)} = \frac{1}{2(x+2)}$

Erklärvideo



Beispiele:

$$\begin{array}{ll} \textcircled{4} \quad \frac{8}{8x+8y} = \frac{\cancel{8}}{\cancel{8}(x+y)} = \frac{1}{x+y} & \textcircled{6} \quad \frac{12x+24}{6x+12} = \frac{\cancel{12}(x+2)}{\cancel{6}(x+2)} = \frac{2}{1} = 2 \\ \textcircled{5} \quad \frac{5x}{5xy-10xz} = \frac{\cancel{5x}}{\cancel{5x}(y-2z)} = \frac{1}{y-2z} & \textcircled{7} \quad \frac{3x^2-3x}{6x^2-6x} = \frac{\cancel{3x}(x-1)}{\cancel{6x}(x-1)} = \frac{1}{2} \end{array}$$

② Vereinfache die Bruchterme durch **Kürzen** und **Ausklammern**.

a) $\frac{2x}{2x-2y}$

b) $\frac{10x}{10xy+20xz}$

c) $\frac{4(5x-1)}{12(5x-1)}$

d) $\frac{2x(x+2)}{8x(x+2)}$

e) $\frac{4x^2+12x}{8x^2+24x}$

Ausklammern und Kürzen - SONDERFÄLLE

Beispiele:

$$\textcircled{8} \quad \frac{-3x + 9}{27 - 9x} = \frac{3(-x + 3)}{9(3 - x)} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}(-\cancel{x} + 3)}{\underset{3}{\cancel{9}}(\cancel{3} - x)} = \frac{1}{3}$$

Hier wurden die **Zahlen mit Vorzeichen vertauscht** (Kommutativgesetz). Es kann trotzdem gekürzt werden.

$$\textcircled{9} \quad \frac{5x(-x + 3)}{15x^2(-3 + x)} = \frac{5 \cdot x \cdot \overset{1}{\cancel{(-1)}} \cdot (x - 3)}{15 \cdot \underset{3}{\cancel{x}} \cdot x \cdot (x - 3)} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{x} \cdot \overset{1}{\cancel{(-1)}} \cdot (\cancel{x} - 3)}{\cancel{15} \cdot \cancel{x} \cdot x \cdot (x - 3)} = \frac{-1}{3x}$$

Hier kann (-1) ausgeklammert werden, damit dann die Terme **gekürzt** werden können.

$$\textcircled{10} \quad \frac{3x - 1}{3x(x - 1)}$$

Hier kann **NICHT ausgeklammert** und **NICHT** weiter **gekürzt** werden, da es sich um zwei verschiedene Terme handelt. Differenzen und Summen dürfen nicht gekürzt werden.

**Achtung!**

Kürze Terme nur, wenn diese als Ganzes stehen, denn
„Aus Differenzen und Summen kürzen nur die Dummen.“

③ **Beachte** die **Sonderfälle** und **vereinfache** die Bruchterme durch Kürzen und Ausklammern.

a) $\frac{64x^2(3 + x)}{8x(x + 3)}$

b) $\frac{14x^2(x + 3)}{7x^2(x - 3)}$

c) $\frac{6x^2(4 + 2x)(x - 1)}{3x(2x + 4)(x + 1)}$

d) $\frac{3(5x + 3)(3x - 5)}{9(3x - 5)(3 + 5x)}$

- ④ Oh, da hat jemand aus Versehen Wasser verschüttet und die Rechnung ist nicht mehr lesbar. Hilfe mit und **schreibe** die korrekten Zahlen oder Variablen in die Wasserflecken.

a) $\frac{4z - 16}{8z - \text{Wasserfleck}} = \frac{4 \cdot z - 4 \cdot 4}{8 \cdot z - 8 \cdot 4} = \frac{4 (\text{Wasserfleck} - 4)}{8 (z - 4)} = \frac{1}{\text{Wasserfleck}}$

b) $\frac{6y^2 + 18y}{3y + 9} = \frac{6 \cdot y \cdot y + 3 \cdot 6 \cdot y}{3 \cdot y + 3 \cdot 3} = \frac{\text{Wasserfleck} \cdot (y + 3)}{\text{Wasserfleck} \cdot (y + 3)} = \frac{2y}{1} = \text{Wasserfleck}$

c) $\frac{7x^2 - \text{Wasserfleck} \cdot x}{x^2 \text{Wasserfleck} 3x} = \frac{7 \cdot x \cdot x - 3 \cdot 7 \cdot x}{x \cdot x - 3 \cdot x} = \frac{7x (\text{Wasserfleck} - 3)}{x (x - \text{Wasserfleck})} = \frac{7}{1} = 7$

d) $\frac{3x^2 + 6x}{\text{Wasserfleck} + 18x^2} = \frac{3 \cdot x \cdot x + 2 \cdot 3 \cdot x}{9 \cdot x \cdot x \cdot x + 2 \cdot 9 \cdot x \cdot x} = \frac{\text{Wasserfleck} \cdot (x + 2)}{9 \cdot x \cdot x \cdot (x + 2)} = \frac{1}{\text{Wasserfleck}}$

- ⑤ **Vereinfache** die Bruchterme, durch Kürzen und Ausklammern. Achte auf Sonderfälle.

a) $\frac{2x(x+2)}{4x(x+2)}$

c) $\frac{4x-1}{2(4x-1)}$

e) $\frac{8x+8}{4x+4}$

g) $\frac{4x-1}{2(2x-1)}$

b) $\frac{6x^2+12x}{3x}$

d) $\frac{3ab}{9a^2b-3ab}$

f) $\frac{6x^2+9x}{10x+15}$

h) $\frac{30x^2-5x}{4x(4-1)}$