

INPUT: Das Skalarprodukt

Mathematik Vektoren 12

Arbeitsauftrag

Erarbeite dir die Rechenregeln zum Skalarprodukt, indem du die fehlenden Angaben im Rechenweg ergänzt. Wenn du nicht weiter kommst, findest du die Lösung am Ende des Dokuments.

Was ist ein Skalarprodukt?

Ein Skalarprodukt ist eine mathematische Verknüpfung von zwei Vektoren. Dabei werden die Koordinaten der beteiligten Vektoren zeilenweise multipliziert und anschließend addiert. Das Ergebnis einer Skalarmultiplikation ist immer eine Zahl und kein Vektor.

Wie wird ein Skalarprodukt berechnet?

Die Formel für die Berechnung des Skalarproduktes von Vektoren mit zwei Koordinaten lautet:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

Für Vektoren mit drei Koordinaten ergibt sich entsprechend:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

Bei der Skalarmultiplikation wird anstelle des Malpunkts manchmal auch ein Kreis (\circ), ein großer Punkt (\bullet) oder ein Sternchen ($*$) verwendet.

Beispiele

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = -4 + 6 = 2$$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} \cdot \vec{d} = -3 \cdot 2 + (-1) \cdot (-2) + 4 \cdot 5 = -6 + 2 + 20 = 16$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{f} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{e} \cdot \vec{f} = -2 \cdot 3 + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 4 = -6 + 0 + 4 = -2$$



INPUT: Das Skalarprodukt

Mathematik Vektoren 12

Lösung

Aufgabe 1

a)

$$(1) \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$(2) \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} = 8$$

$$(3) \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = -6$$

$$(4) \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$

$$(5) \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = -6$$

b) Bei (1) und (4) schließen die Vektoren einen rechten Winkel ein.

c) Wenn zwei Vektoren senkrecht aufeinander stehen, ist ihr Skalarprodukt **null**.

