AB, INFO: Definitionsmenge bestimmen

Mathematik Terme R 8

Wird der Wert des Nenners beim Einsetzen einer Zahl für eine Variable gleich Null, gibt es für den Bruchterm keine Lösung.

*Die **Definitionsmenge** gibt an, für welche Zahlen der Bruchterm lösbar ist.*
Zusätzlich werden die Zahlen angegeben, bei der der Nenner den Wert 0 annimmt.

> **Merke**
> Um die Zahl zu bestimmen, welche die **Variable x <u>nicht</u> annehmen** darf, wird der **Term** im **Nenner gleich 0** gesetzt.

Um diese Zahlen angeben zu können, muss die Variable x bestimmt werden.

Erklärvideo

Um diese **Variable x** zu **bestimmen,** gibt es drei Fälle:

1. Fall: Variable x bestimmen durch „Ausprobieren“

Anmerkung:
Variable x kann auch mit der „Äquivalenzumformung“ berechnet werden
--> das lernst du in Gleichungen M

$$\frac{x+4}{3x+6}$$

„Nenner gleich Null setzen“

$$3x + 6 = 0$$

Durch Ausprobieren lösen:

$x = 1$: $3 \cdot 1 + 6 = 10$ „1 ist zu groß“

$x = -1$: $3 \cdot (-1) + 6 = 3$ „-1 ist auch zu groß“

$x = -2$: $3 \cdot (-2) + 6 = 0$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{x = -2}}$

Somit gilt: $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Gesprochen: *"Zur Definitionsmenge gehören alle reellen Zahlen außer die Zahl -2."*

① **Bestimme** die Definitionmenge des Bruchterms durch Ausprobieren.

a) $\frac{5}{x-1}$ c) $\frac{4x}{3x-9}$ e) $\frac{14x}{x+2}$ g) $\frac{13}{4x-2}$

b) $\frac{5x+1}{3+x}$ d) $\frac{x+1}{2x-10}$ f) $\frac{4x+5}{x-6}$ h) $\frac{9}{6x+24}$

2. Fall: Variable x bestimmen mit dem „Satz vom Nullprodukt“

Merke:

Der Satz vom Nullprodukt:
„Ein **Produkt** ist genau dann **null**,
wenn **mindestens einer der Faktoren null** ist.“

Zur Erinnerung:
Faktor · **Faktor** = **Produkt**
5x · 2 = 10x
x · (x-3) = 0

Mit Hilfe des Satzes vom Nullprodukt kann auch die Definitionsmenge bestimmt werden, wie das Beispiel zeigt:

$$\frac{x+4}{x(x-3)}$$

„Nenner gleich Null setzen“

$$x(x-3) = 0$$

„Satz vom Nullprodukt“

Möglichkeit 1:

$x = 0$

Probe: $0 \cdot (0-3) = 0$
$0 \cdot (-3) = 0$
$0 = 0$ ✓

Möglichkeit 2:

$x - 3 = 0$

Durch Ausprobieren lösen:

$x = 3$: $3 - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

Probe: $3 \cdot (3-3) = 0$
$3 \cdot 0 = 0$
$0 = 0$ ✓

Somit gilt: $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$

Erklärvideo

Gesprochen: *„Zur Definitionsmenge gehören alle reellen Zahlen außer die Zahlen 0 und 3.“*

Mit der Probe findest du heraus, ob deine Zahl für x wirklich 0 ergibt.

② **Bestimme** die Definitionmenge der Bruchterme.

a) $\frac{5}{x(x+3)}$ c) $\frac{1+x}{x(x-1)}$ e) $\frac{5x-1}{3x(2x-16)}$ g) $\frac{11}{(x-5)(x+6)}$

b) $\frac{1-x}{x(2x+4)}$ d) $\frac{15+x}{x(3x-12)}$ f) $\frac{3}{2x(4x+36)}$ h) $\frac{10x-2}{x(x-2)(x+3)}$

3. Fall: Variable x bestimmen durch „Ausklammern“

Durch Faktorisieren wird der Term im Nenner so vereinfacht,
dass dann mit dem Satz vom Nullprodukt die Definitionsmenge bestimmt werden kann:

$$\frac{x+4}{4x^2+8x}$$

„Faktorisieren“ (Ausklammern)

siehe Infoseite zu
„Kürzen und Ausklammern“

$$\frac{x+4}{4x(x+2)}$$

„Nenner gleich Null setzen“

$$4x(x+2)=0$$

„Satz vom Nullprodukt“

Möglichkeit 1:

$$\underline{\underline{x=0}}$$

Probe: $4\cdot 0\,(0+2)=0$
$0\cdot 2=0$
$0=0$ ✓

Möglichkeit 2:

$$x+2=0$$

Durch Ausprobieren lösen:

$x=-2 \quad (-2)+2=0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{x=-2}}$

Probe: $4\cdot(-2)\cdot((-2)+2)=0$
$-8\cdot 0=0$
$0=0$ ✓

Somit gilt: $\mathbb{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2;0\}$

Gesprochen: *„Für den Bruchterm sind alle reellen Zahlen definiert außer die Zahlen -2 und 0.“*

Beachte: *Die Zahlen werden der Größe nach angegeben, d. h. zuerst die kleinere Zahl -2… und mit einem Semikolon (;) getrennt.*

③ **Bestimme** die Definitionmenge der Bruchterme.

a) $\dfrac{1}{8x^2+8x}$ c) $\dfrac{x-11}{2x^2-2x}$ e) $\dfrac{6}{2x^2+6x}$ g) $\dfrac{x-1}{4x^2-9x-x}$

b) $\dfrac{5}{x^2+3x}$ d) $\dfrac{1-x}{4x^2-16x}$ f) $\dfrac{7}{3x^2-12x}$ h) $\dfrac{3}{3x^2+12x+6x}$