

Wird der Wert des Nenners beim Einsetzen einer Zahl für eine Variable gleich Null, gibt es für den Bruchterm keine Lösung.

Die **Definitionsmenge** gibt an, für welche Zahlen der Bruchterm lösbar ist.

Zusätzlich werden die Zahlen angegeben, bei der der Nenner den Wert 0 annimmt.

**Merke**

Um die Zahl zu bestimmen, welche die **Variable x nicht annehmen** darf, wird der **Term im Nenner gleich 0** gesetzt.

Um diese Zahlen angeben zu können, muss die Variable x bestimmt werden.

Um diese **Variable x zu bestimmen**, gibt es drei Fälle:

1. Fall: Variable x bestimmen durch „Ausprobieren“

Anmerkung:

Variable x kann auch mit der „Äquivalenzumformung“ berechnet werden
--> das lernst du in Gleichungen M

$$\frac{x + 4}{3x + 6}$$

„Nenner gleich Null setzen“

$$3x + 6 = 0$$

Durch Ausprobieren lösen:

$$x = 1: \quad 3 \cdot 1 + 6 = 10 \quad \text{„1 ist zu groß.“}$$

$$x = -1: \quad 3 \cdot (-1) + 6 = 3 \quad \text{„-1 ist auch zu groß.“}$$

$$x = -2: \quad 3 \cdot (-2) + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{x = -2}$$

$$\text{Somit gilt: } \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

Gesprochen: „Zur Definitionsmenge gehören alle reellen Zahlen außer die Zahl -2.“

① **Bestimme** die Definitionsmenge des Bruchterms durch Ausprobieren.

a) $\frac{5}{x-1}$

c) $\frac{4x}{3x-9}$

e) $\frac{14x}{x+2}$

g) $\frac{13}{4x-2}$

b) $\frac{5x+1}{3+x}$

d) $\frac{x+1}{2x-10}$

f) $\frac{4x+5}{x-6}$

h) $\frac{9}{6x+24}$



2. Fall: Variable x bestimmen mit dem „Satz vom Nullprodukt“



Merke:

Der Satz vom Nullprodukt:

„Ein **Produkt** ist genau dann **null**, wenn **mindestens einer der Faktoren null** ist.“

Zur Erinnerung:

Faktor · **Faktor** = **Produkt**

$$5x \cdot 2 = 10x$$

$$x \cdot (x-3) = 0$$

Mit Hilfe des Satzes vom Nullprodukt kann auch die Definitionsmenge bestimmt werden, wie das Beispiel zeigt:

$\frac{x+4}{x(x-3)}$

↓ „Nenner gleich Null setzen“

$x(x-3) = 0$

↓ „Satz vom Nullprodukt“

Möglichkeit 1:

$x = 0$

Probe: $0 \cdot (0-3) = 0$
 $0 \cdot (-3) = 0$
 $0 = 0 \checkmark$

Möglichkeit 2:

$x - 3 = 0$

Durch Ausprobieren lösen:

$x = 3: 3 - 3 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x = 3}}$

Probe: $3 \cdot (3-3) = 0$
 $3 \cdot 0 = 0$
 $0 = 0 \checkmark$

Somit gilt: $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$

👁 Erklärvideo



Gesprochen: „Zur Definitionsmenge gehören alle reellen Zahlen außer die Zahlen 0 und 3.“

Mit der Probe findest du heraus, ob deine Zahl für x wirklich 0 ergibt.

② **Bestimme** die Definitionsmenge der Bruchterme.

a) $\frac{5}{x(x+3)}$

c) $\frac{1+x}{x(x-1)}$

e) $\frac{5x-1}{3x(2x-16)}$

g) $\frac{11}{(x-5)(x+6)}$

b) $\frac{1-x}{x(2x+4)}$

d) $\frac{15+x}{x(3x-12)}$

f) $\frac{3}{2x(4x+36)}$

h) $\frac{10x-2}{x(x-2)(x+3)}$



3. Fall: Variable x bestimmen durch „Ausklammern“

Durch Faktorisieren wird der Term im Nenner so vereinfacht, dass dann mit dem Satz vom Nullprodukt die Definitionsmenge bestimmt werden kann:

$$\frac{x+4}{4x^2+8x}$$

↓ „Faktorisieren“ (Ausklammern)

$$\frac{x+4}{4x(x+2)}$$

↓ „Nenner gleich Null setzen“

$$4x(x+2) = 0$$

↓ „Satz vom Nullprodukt“

Möglichkeit 1:
 $x = 0$

Möglichkeit 2:
 $x + 2 = 0$
 Durch Ausprobieren lösen:
 $x = -2 \quad (-2) + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

Somit gilt: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$

siehe Infoseite zu „Kürzen und Ausklammern“

Gesprochen: „Für den Bruchterm sind alle reellen Zahlen definiert außer die Zahlen -2 und 0.“

Beachte: Die Zahlen werden der Größe nach angegeben, d. h. zuerst die kleinere Zahl -2... und mit einem Semikolon (;) getrennt.

③ **Bestimme** die Definitionsmenge der Bruchterme.

a) $\frac{1}{8x^2 + 8x}$

c) $\frac{x - 11}{2x^2 - 2x}$

e) $\frac{6}{2x^2 + 6x}$

g) $\frac{x - 1}{4x^2 - 9x - x}$

b) $\frac{5}{x^2 + 3x}$

d) $\frac{1 - x}{4x^2 - 16x}$

f) $\frac{7}{3x^2 - 12x}$

h) $\frac{3}{3x^2 + 12x + 6x}$