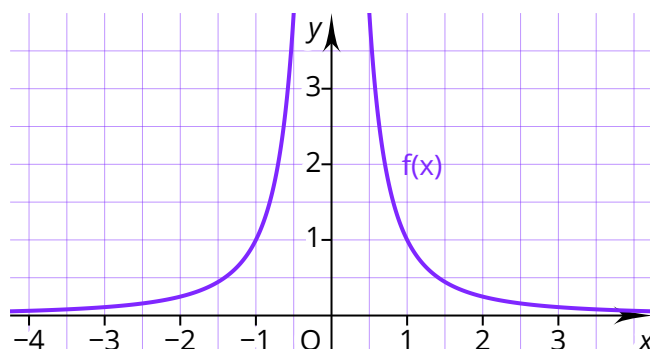


**Arbeitsauftrag**

Erarbeite dir die Regeln zum Bestimmen der Definitionsmenge und der Wertemenge, indem du die folgenden Aufgaben bearbeitest. Wenn du nicht weiter kommst, findest du die Lösungen am Ende des Dokuments.

- ① a) Die Abbildung zeigt den Graphen der gebrochenrationalen Funktion $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

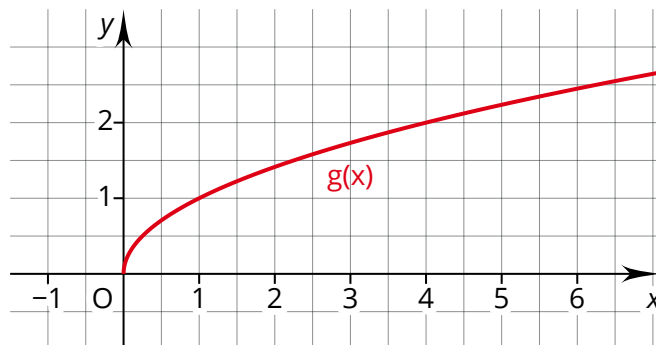


Funktionswerte, die größer als 4 sind, werden in der Abbildung nicht dargestellt.

Beschreibe, wie der Graph für $-0,5 < x < 0,5$ verläuft. Ergänze dazu vorab die fehlenden Funktionswerte in der Wertetabelle.

x	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$f(x)$											

- b) Diese Abbildung zeigt den Graphen der Funktion $g(x) = \sqrt{x}$. Erläutere, warum keine Funktionswerte für $x < 0$ eingezeichnet wurden.



Was ist eine Definitionsmenge?

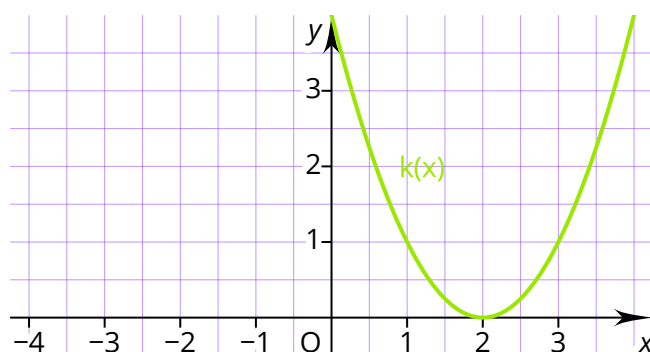
Die Definitionsmenge gibt an, für welche x -Werte bei einer Funktion die Funktionswerte bestimmt werden können. Die Beispiele in der Aufgabe haben gezeigt, dass Funktionen Definitionslücken oder Bereiche haben können, in denen sie nicht eindeutig definiert sind.

Wie wird eine Definitionsmenge angegeben?

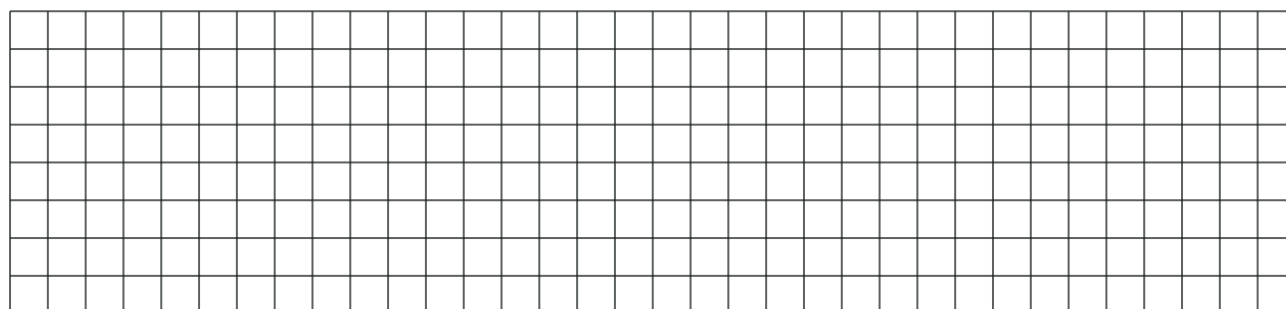
Die Definitionsmenge wird mit D abgekürzt. Je nachdem, welche Werte für x eingesetzt werden können, kann für D eine Zahlenmenge oder ein Bereich angegeben werden. Es ist auch möglich, einzelne Zahlen aus der Wertemenge auszuschließen.

Funktion	Definitionsmenge	Erläuterung
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$	Die Definitionsmenge enthält die Menge aller reellen Zahlen außer der 0.
$g(x) = \sqrt{x}$	$D = \{x x \geq 0\}$	Die Definitionsmenge enthält alle x -Werte mit der Eigenschaft x ist größer oder gleich 0.
$h(x) = x^2$	$D = \mathbb{R}$	Bei der Funktion x^2 können beliebige Werte für x eingesetzt werden. Daher ist die Definitionsmenge die Menge der reellen Zahlen.

- ② Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion $k(x) = (x - 2)^2$.



- a) Gib den niedrigsten Punkt des Graphen an.
b) Untersuche, ob du auch einen höchsten Punkt des Graphen bestimmen kannst.



Was ist eine Wertemenge?

Die Wertemenge gibt an, welche Funktionswerte y eine Funktion annehmen kann.

Wie wird eine Wertemenge angegeben?

Die Wertemenge wird mit W abgekürzt. Wie bei der Definitionsmenge können Zahlenmengen oder Bereiche angegeben werden. Bei der Angabe einer Wertemenge kann auch die Intervallschreibweise hilfreich sein.

Funktion	Wertemenge	Erläuterung
$k(x) = (x - 2)^2$	$W = \{y y \geq 0\}$	Die Wertemenge enthält alle y-Werte mit der Eigenschaft y ist größer oder gleich 0. Alternativ wäre die Angabe als Intervall möglich: $W = [0; \infty)$ Die eckige Klammer zeigt dabei, dass die linke Grenze mit eingeschlossen ist, die 0 also mit zur Wertemenge gehört. Die runde Klammer zeigt hingegen, dass das Intervall nach rechts offen ist. Die Funktionswerte können sich ∞ beliebig nah annähern, ∞ selbst gehört aber nicht zur Wertemenge.
$f(x) = \frac{1}{x^2}$	$W = \{y y > 0\}$	Bei der Funktion $f(x)$ ist die 0 nicht Teil der Wertemenge. Auch das kann in der Intervallschreibweise dargestellt werden: $W = (0; \infty)$ In diesem Fall wird die Wertemenge als offenes Intervall mit zwei runden Klammern angegeben. Alle Funktionswerte der Funktion sind also größer als 0 und kleiner als ∞.

- ③ Verbinde die Satzteile, sodass sich Merksätze ergeben. Schreibe die Merksätze in den roten Kasten.

Die Definitionsmenge •

Die Wertemenge •

○ enthält alle y -Werte, die eine Funktion annehmen kann.

○ enthält alle x -Werte, für die sich Funktionswerte berechnen lassen.



INPUT: Definitionsmenge und Wertemenge

Mathematik Funktionen 11

Lösung

① a)

x	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$f(x)$	4	6,25	11,1	25	100	–	100	25	11,1	6,25	4

Der Graph der Funktion $f(x)$ nähert sich immer weiter der y -Achse an, berührt sie aber nie. Für $x = 0$ kann kein Funktionswert berechnet werden, da dabei durch Null geteilt werden müsste.

b) Bei $g(x)$ handelt es sich um eine Wurfelfunktion. Aus negativen Zahlen kann keine Wurzel gezogen werden, sodass für $x < 0$ keine Funktionswerte berechnet werden können.

② a) $S(2|0)$

b) Es ist nicht möglich, einen höchsten Punkt des Graphen anzugeben, da für $x \rightarrow +\infty$ gilt $k(x) \rightarrow +\infty$ und für $x \rightarrow -\infty$ gilt $k(x) \rightarrow +\infty$.

③ Die Definitionsmenge enthält alle x -Werte, für die sich Funktionswerte berechnen lassen. Die Wertemenge enthält alle y -Werte, die eine Funktion annehmen kann.

