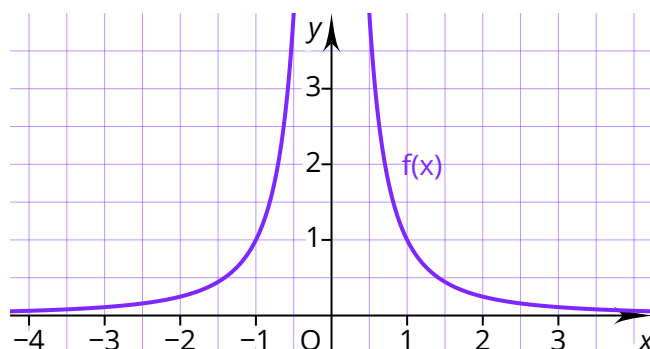


**Arbeitsauftrag**

Erarbeite dir die Regeln zum Bestimmen der Definitionsmenge und der Wertemenge, indem du die folgenden Aufgaben bearbeitest. Wenn du nicht weiter kommst, findest du die Lösungen am Ende des Dokuments.

- ① a) Die Abbildung zeigt den Graphen der gebrochenrationalen Funktion  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ .

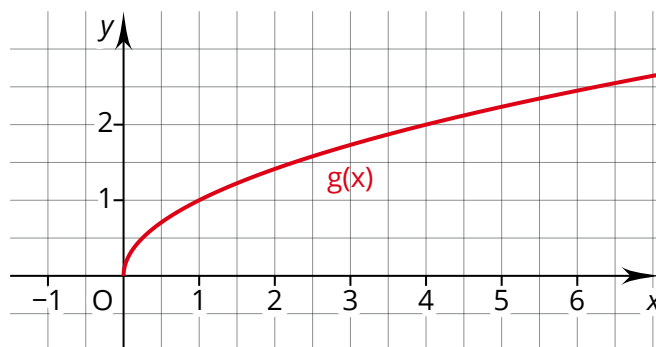


Funktionswerte, die größer als 4 sind, werden in der Abbildung nicht dargestellt.

Beschreibe, wie der Graph für  $-0,5 < x < 0,5$  verläuft. Ergänze dazu vorab die fehlenden Funktionswerte in der Wertetabelle.

| $x$    | -0,5 | -0,4 | -0,3 | -0,2 | -0,1 | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
|--------|------|------|------|------|------|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| $f(x)$ |      |      |      |      |      |   |     |     |     |     |     |

- b) Diese Abbildung zeigt den Graphen der Funktion  $g(x) = \sqrt{x}$ . Erläutere, warum keine Funktionswerte für  $x < 0$  eingezeichnet wurden.



**Was ist eine Definitionsmenge?**

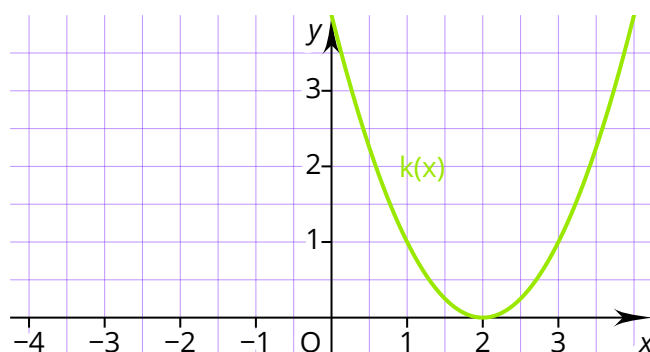
Die Definitionsmenge gibt an, für welche  $x$ -Werte bei einer Funktion die Funktionswerte bestimmt werden können. Die Beispiele in der Aufgabe haben gezeigt, dass Funktionen Definitionslücken oder Bereiche haben können, in denen sie nicht eindeutig definiert sind.

**Wie wird eine Definitionsmenge angegeben?**

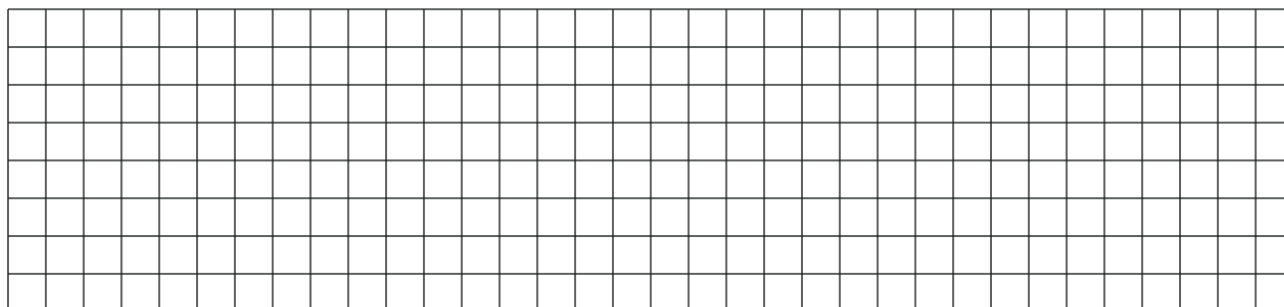
Die Definitionsmenge wird mit  $D$  abgekürzt. Je nachdem, welche Werte für  $x$  eingesetzt werden können, kann für  $D$  eine Zahlenmenge oder ein Bereich angegeben werden. Es ist auch möglich, einzelne Zahlen aus der Wertemenge auszuschließen.

| Funktion               | Definitionsmenge                 | Erläuterung                                                                                                                           |
|------------------------|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $f(x) = \frac{1}{x^2}$ | $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ | Die Definitionsmenge enthält die Menge aller reellen Zahlen außer der 0.                                                              |
| $g(x) = \sqrt{x}$      | $D = \{x   x \geq 0\}$           | Die Definitionsmenge enthält alle $x$ -Werte mit der Eigenschaft $x$ ist größer oder gleich 0.                                        |
| $h(x) = x^2$           | $D = \mathbb{R}$                 | Bei der Funktion $x^2$ können beliebige Werte für $x$ eingesetzt werden. Daher ist die Definitionsmenge die Menge der reellen Zahlen. |

- ② Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion  $k(x) = (x - 2)^2$ .



- a) Gib den niedrigsten Punkt des Graphen an.  
b) Untersuche, ob du auch einen höchsten Punkt des Graphen bestimmen kannst.



**Was ist eine Wertemenge?**

Die Wertemenge gibt an, welche Funktionswerte  $y$  eine Funktion annehmen kann.

**Wie wird eine Wertemenge angegeben?**

Die Wertemenge wird mit  $W$  abgekürzt. Wie bei der Definitionsmenge können Zahlenmengen oder Bereiche angegeben werden. Bei der Angabe einer Wertemenge kann auch die Intervallschreibweise hilfreich sein.

| Funktion               | Wertemenge             | Erläuterung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------|------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $k(x) = (x - 2)^2$     | $W = \{y   y \geq 0\}$ | <p>Die Wertemenge enthält alle <math>y</math>-Werte mit der Eigenschaft <math>y</math> ist größer oder gleich 0.</p> <p>Alternativ wäre die Angabe als Intervall möglich:<br/> <math>W = [0; \infty)</math></p> <p>Die eckige Klammer zeigt dabei, dass die linke Grenze mit eingeschlossen ist, die 0 also mit zur Wertemenge gehört. Die runde Klammer zeigt hingegen, dass das Intervall nach rechts offen ist. Die Funktionswerte können sich <math>\infty</math> beliebig nah annähern, <math>\infty</math> selbst gehört aber nicht zur Wertemenge.</p> |
| $f(x) = \frac{1}{x^2}$ | $W = \{y   y > 0\}$    | <p>Bei der Funktion <math>f(x)</math> ist die 0 nicht Teil der Wertemenge. Auch das kann in der Intervallschreibweise dargestellt werden:<br/> <math>W = (0; \infty)</math></p> <p>In diesem Fall wird die Wertemenge als offenes Intervall mit zwei runden Klammern angegeben. Alle Funktionswerte der Funktion sind also größer als 0 und kleiner als <math>\infty</math>.</p>                                                                                                                                                                              |

- ③ Verbinde die Satzteile, sodass sich Merksätze ergeben. Schreibe die Merksätze in den roten Kasten.

Die Definitionsmenge •

Die Wertemenge •

○ enthält alle  $y$ -Werte, die eine Funktion annehmen kann.

○ enthält alle  $x$ -Werte, für die sich Funktionswerte berechnen lassen.



# INPUT: Definitionsmenge und Wertemenge

Mathematik Funktionen 11

## Lösung

① a)

|        |      |      |      |      |      |   |     |     |      |      |     |
|--------|------|------|------|------|------|---|-----|-----|------|------|-----|
| $x$    | -0,5 | -0,4 | -0,3 | -0,2 | -0,1 | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3  | 0,4  | 0,5 |
| $f(x)$ | 4    | 6,25 | 11,1 | 25   | 100  | – | 100 | 25  | 11,1 | 6,25 | 4   |

Der Graph der Funktion  $f(x)$  nähert sich immer weiter der  $y$ -Achse an, berührt sie aber nie. Für  $x = 0$  kann kein Funktionswert berechnet werden, da dabei durch Null geteilt werden müsste.

b) Bei  $g(x)$  handelt es sich um eine Wurzelfunktion. Aus negativen Zahlen kann keine Wurzel gezogen werden, sodass für  $x < 0$  keine Funktionswerte berechnet werden können.

② a)  $S(2|0)$

b) Es ist nicht möglich, einen höchsten Punkt des Graphen anzugeben, da für  $x \rightarrow +\infty$  gilt  $k(x) \rightarrow +\infty$  und für  $x \rightarrow -\infty$  gilt  $k(x) \rightarrow +\infty$ .

③ Die Definitionsmenge enthält alle  $x$ -Werte, für die sich Funktionswerte berechnen lassen. Die Wertemenge enthält alle  $y$ -Werte, die eine Funktion annehmen kann.

