AB: Die Koordinatengleichung

Mathematik Vektoren 12

Reflektionsfragen

Bevor du mit den Aufgaben beginnst, solltest du kurz über die folgenden Fragen nachdenken. Wenn du zu einer Frage keine Idee hast, lies noch einmal in der INFO nach.

⇒ Wie heißen diese beiden Darstellungsformen von Ebenen?

$$E: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$E: 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -4$$

⇒ Was ist ein Normalenvektor?

⇒ Wie lässt sich ein Normalenvektor einer Ebene bestimmen?

⇒ Wie wird der Wert d berechnet?

⇒ Was bedeutet es, wenn bei einer Punktprobe eine wahre Aussage entsteht?

① Die drei Punkte $A(1|9|2)$, $B(1|4|7)$ und $C(3|-2|5)$ legen die Ebene E eindeutig fest. Gib eine Parametergleichung und eine Koordinatengleichung von E an.

② Gegeben ist die Ebene $E\colon 3x_1 - 2x_2 - 6x_3 = -5$.

a) Gib einen Normalenvektor der Ebene E an.

b) Untersuche, welcher der Punkte $P(-1|-2|1)$, $Q(3|0|4)$ und $R(1|1|0)$ in der Ebene E liegt.

③ Gib drei Punkte an, die in der Ebene $E\colon 4x_1 - 1x_2 + 2x_3 = 4$ liegen.

④ Untersuche, ob die vier Punkte $A(4|1|5)$, $B(6|4|3)$, $C(1|\text{-}2|0)$ und $D(0|\text{-}2|\text{-}7)$ in einer Ebene liegen.

⑤ Beschreibe die besondere Lage der Ebene $E: 2x_1 + 4x_2 = 6$ im Koordinatensystem.

⑥ Ermittle eine Koordinatengleichung der beschriebenen Ebene. Verwende für die Rechnungen dein Heft.

a) Der Punkt $A(1|6|2)$ liegt in der Ebene E. Sie hat den Normalenvektor $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b) Die Gerade $g: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ schneidet die Ebene F senkrecht im Punkt $B(3|2|1)$.

c) Die Ebene G enthält die beiden sich schneidenden Geraden
$g: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix}$ und $g: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$.

d) Die Ebene H enthält den Punkt $C(9|11|-7)$ und die Gerade
$g: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

e) Die Ebene J ist die x_1x_3-Ebene.