

# AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

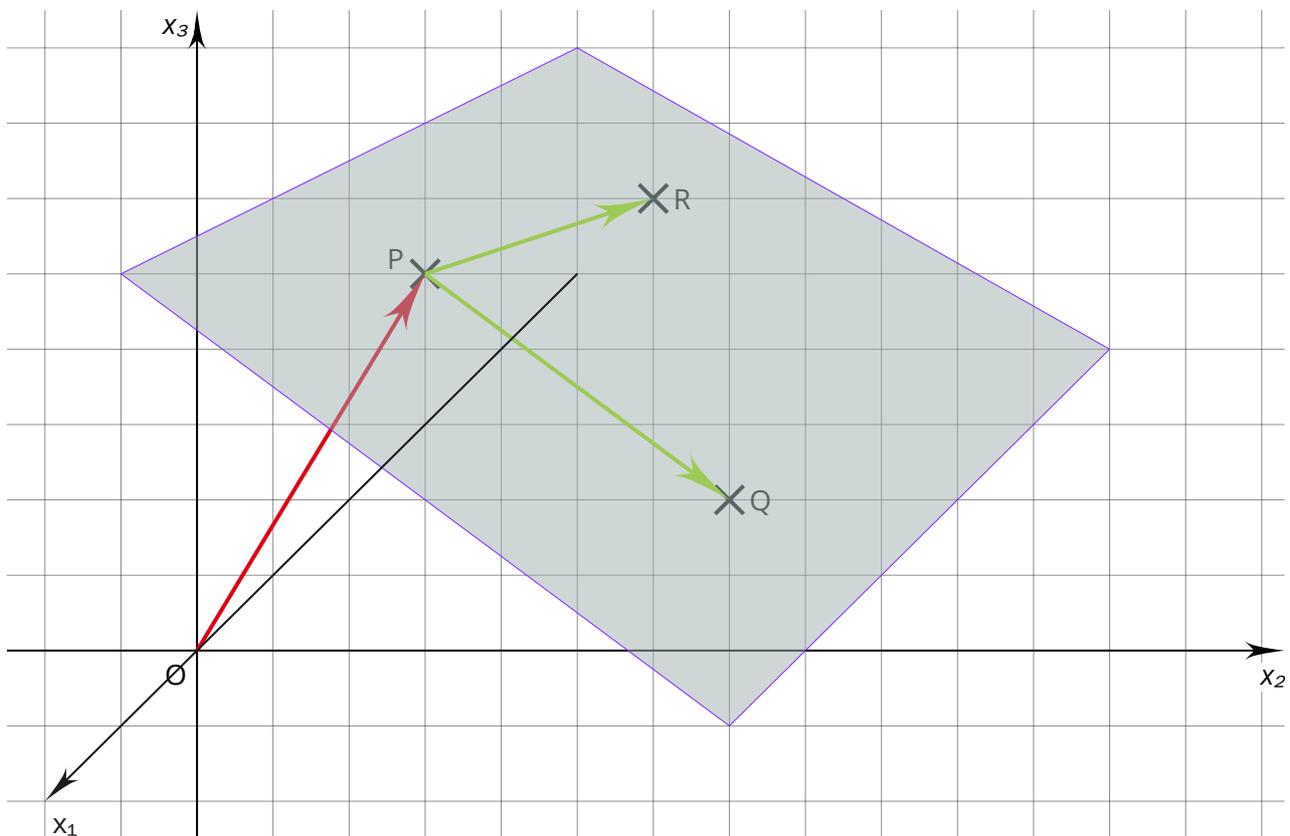


## Reflektionsfragen

Bevor du mit den Aufgaben beginnst, solltest du kurz über die folgenden Fragen nachdenken. Wenn du zu einer Frage keine Idee hast, lies noch einmal in der INFO nach.

- ⇒ Wie viele Punkte werden mindestens benötigt, um eine Ebenengleichung aufzustellen?
- ⇒ Welche Vektoren kommen in einer Ebenengleichung vor?
- ⇒ Welche Rolle spielen die Parameter in einer Ebenengleichung?
- ⇒ Wie groß ist eine Ebene?

- ① Die Punkte  $P$ ,  $Q$  und  $R$  liegen nicht auf einer Geraden und legen somit eine Ebene eindeutig fest. Gib an, welche Vektoren bei dieser Ebene die Spannvektoren sind und welcher Vektor der Stützvektor ist.



---

---

---

---



# AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

## Mathematik Vektoren 12

- ② Tom und Leon haben jeweils eine Ebenengleichung mit den Punkten  $A(1|0|3)$ ,  $B(0|0|2)$  und  $C(-4|2|1)$  aufgestellt. Dabei sind sie unterschiedlich vorgegangen. Obwohl sie zu unterschiedlichen Ergebnissen kommen, beschreiben beide die gleiche Ebene  $E$ .  
Vergleiche ihre Rechenwege und begründe, warum beide Rechenwege richtig sind.

### 👁 Rechenweg von Tom

$$E: \vec{x} = \vec{a} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

### 👁 Rechenweg von Leon

$$E: \vec{x} = \vec{b} + r \cdot \overrightarrow{BA} + s \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{BA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$



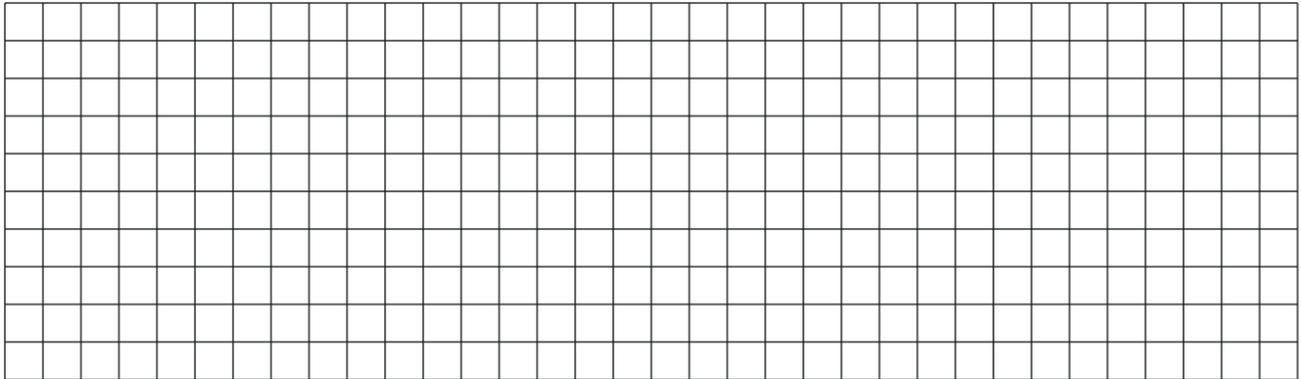
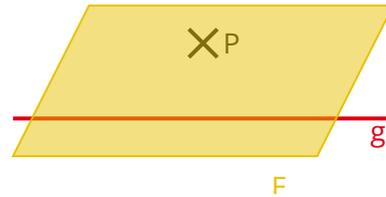


# AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

- ⑤ Die Gerade  $g$  und der Punkt  $P(2|3|-2)$  liegen in der Ebene  $E$ . Bestimme die Ebenengleichung.

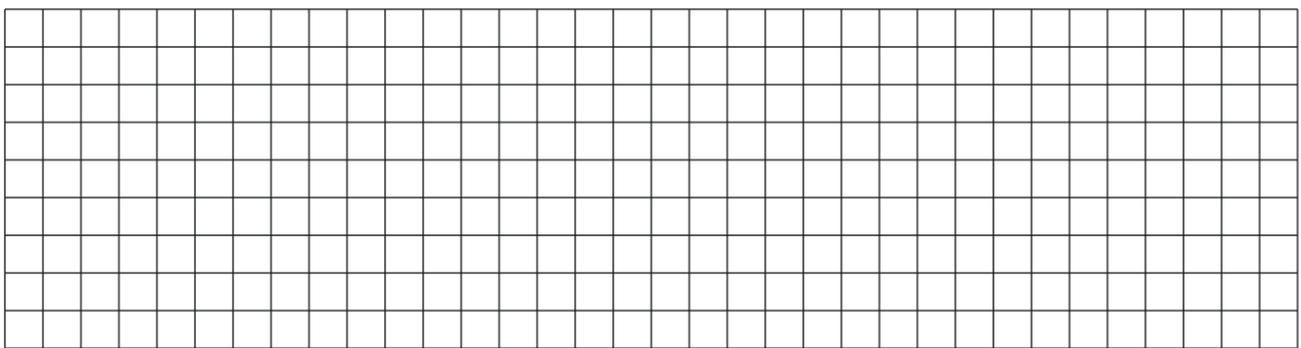
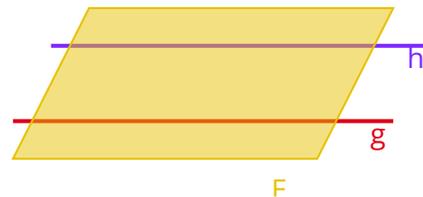
$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$



- ⑥ Die parallelen Geraden  $g$  und  $h$  liegen in der Ebene  $E$ . Bestimme die Ebenengleichung.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$



- ⑦ Erläutere, warum die Spannvektoren einer Ebene nicht linear abhängig sein dürfen.

---

---

---



# AB: Eine Ebenengleichung aufstellen

Mathematik Vektoren 12

- ⑧ Untersuche, ob die Geraden  $g$  und  $h$  in einer gemeinsamen Ebene liegen und ermittle gegebenenfalls die Ebenengleichung.

$$\text{a) } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}, h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}, h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

