

Einstiegstest

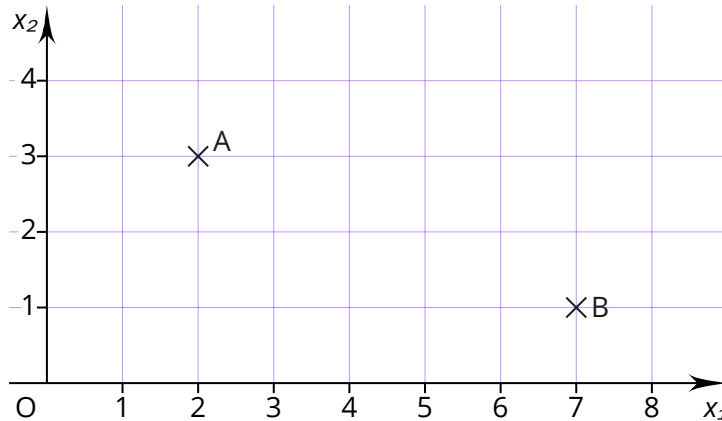
Mathematik Vektoren 12

- ① a) Lies die Koordinaten der Punkte A und B aus der Grafik ab.

/ 3

b) Stelle den Vektor $\overrightarrow{AB}$ auf.

c) Zeichne $\overrightarrow{AB}$ in das Koordinatensystem ein.



- ② Gegeben ist der Punkt $P(5|-2|4)$ und der Vektor $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

/ 4

a) Bestimme die Koordinaten des Punktes Q .

b) Bestimme den Betrag des Vektors $\overrightarrow{PQ}$.

c) Erläutere, was der Betrag des Vektors angibt.

d) Gib den Gegenvektor zum Vektor $\overrightarrow{PQ}$ an.

- ③ Bestimme den Vektor $\vec{x}$.

/ 2

a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $\vec{x} + \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$



- ④ Die Gerade g geht durch die Punkte $A(2|1|3)$ und $B(4|3|-2)$.
- a) Ermittle rechnerisch den Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$.
- b) Wähle die Geradengleichung aus, die die Gerade g beschreibt.

/ 7

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$
$$g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
$$g_3: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

- c) Ermittle, ob der Punkt $P(-4|-5|18)$ auf der Geraden g liegt und gib gegebenenfalls den Wert für r an.
- d) Gib eine Gleichung der Geraden h an, die parallel zu g ist und den Punkt $C(2|1|4)$ enthält.
- e) Ermittle, wie die Gerade k zu g liegt.

$$k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Punkte:

/ 16



Auswertung

Wenn du bei diesem Test weniger als 12 Punkte erreicht hast, ist die Wiederholung von Grundlagen empfehlenswert. Beginne das Materialpaket mit dem Wiederholungsmodul (Material 3 bis 6). Wenn du mindestens 12 Punkte erreicht hast, kannst du das Wiederholungsmodul überspringen und mit Material 7 beginnen.



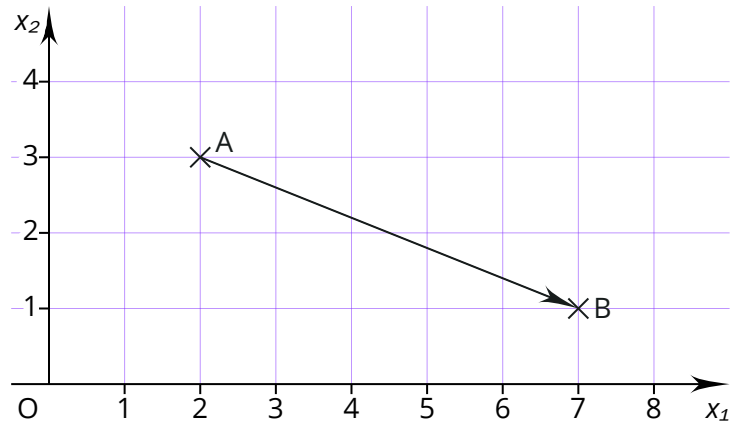
Lösungen und Punkteverteilung

Aufgabe 1

a) $A(2|3); B(7|1)$ (1 P)

b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ (1 P)

c) Vektorpfeil in der Grafik (1 P)



Aufgabe 2

a) $Q(1|-2|6)$ (1 P)

b) $|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{20} \approx 4,47$ (1 P)

c) Der Betrag des Vektors gibt den Abstand der Punkte P und Q an. (1 P)

d) $-\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{QP} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ (1 P)

Aufgabe 3

a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ (1 P)

b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3,5 \\ 2 \\ -2,5 \end{pmatrix}$ (1 P)

Aufgabe 4

a) $M(3|2|0,5)$ (1 P)

b) g_3 beschreibt die Gerade. (1 P)

c) Der Punkt liegt auf der Geraden ($r = -3$). (1 P)

d) z. B. $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ (1 P)

e) Prüfung der Richtungsvektoren ergibt, dass sie linear unabhängig sind:

$$k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1 \text{ P})$$

Um zu prüfen, ob es einen Schnittpunkt gibt, werden die Geraden gleichgesetzt:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Daraus ergibt sich das lineare Gleichungssystem:

$$I. \quad 2 + 2r = 4 + 3s$$

$$II. \quad 1 + 2r = 3 + 1s$$

$$III. \quad 3 - 5r = -1 + 1s$$

Lösen des linearen Gleichungssystems führt zu:

$$L = \{ \} \quad (1 \text{ P})$$

Fazit: Die Geraden sind windschief. (1 P)