INFO: Ganzrationale Funktionen

Mathematik Funktionen 11

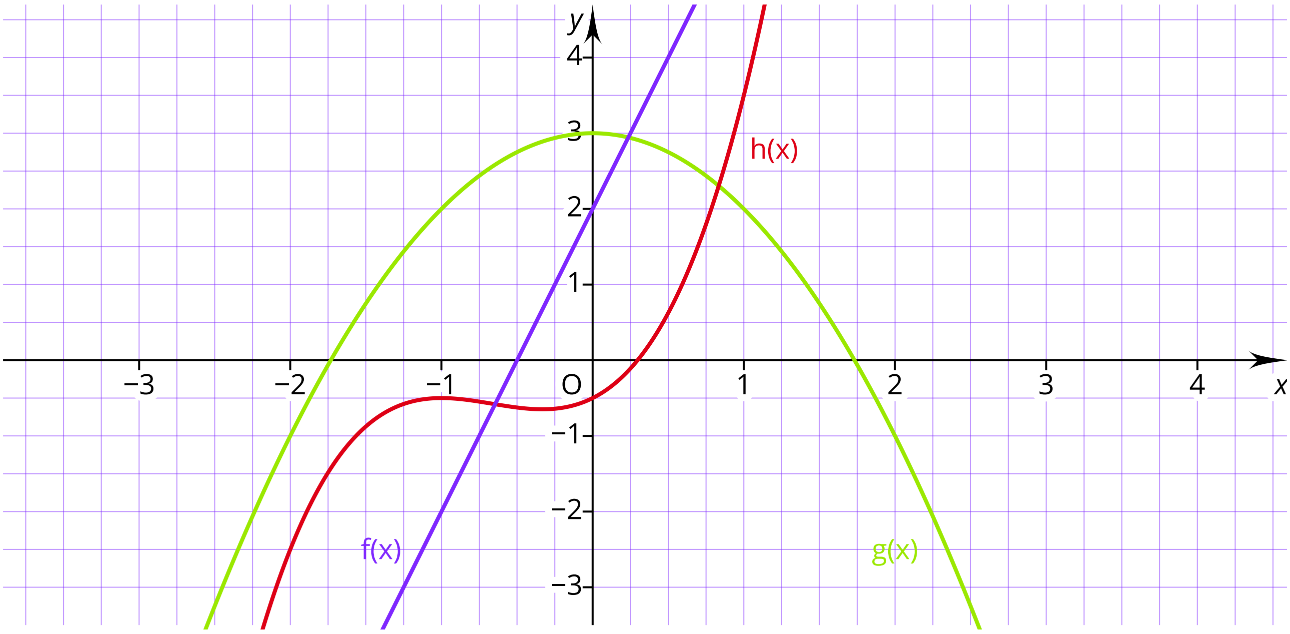
Was ist eine ganzrationale Funktion?

Die Abbildung zeigt die Graphen der ganzrationalen Funktionen:

$f(x) = 4x + 2$

$g(x) = \text{-}x^2 + 3$

$h(x) = x^3 + 2x^2 + x - 0{,}5$



Allgemein lässt sich für die Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion schreiben: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_0 x^0$. Es handelt sich also um eine Summandenkette von Potenzfunktionen. Eine solche Funktion wird auch als Polynom bezeichnet. Die Werte a_0, a_1, a_2, etc. werden als Koeffizienten bezeichnet, wobei gilt: $a_n \neq 0$ und $n \in \mathbb{N}$. Häufig wird auch a, b, c, etc. anstelle von a_0, a_1, a_2, etc. geschrieben.

Im Vergleich zu den ganzrationalen Funktionen gibt es andere Funktionen wie Exponentialfunktionen (z. B. $f(x) = 2^x$), trigonometrische Funktionen (z. B. $f(x) = sin(x)$) oder gebrochenrationale Funktionen (z. B. $f(x) = \frac{2x}{3x^2+4}$).

Welche Eigenschaften hat eine ganzrationale Funktion?

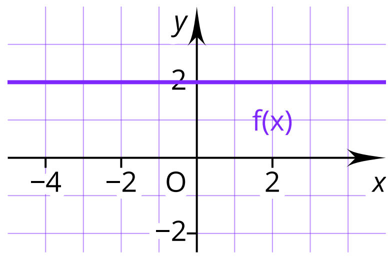
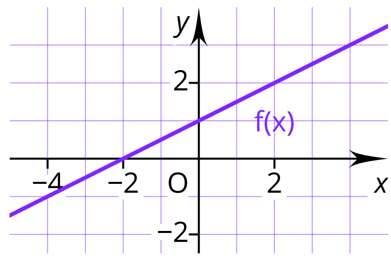
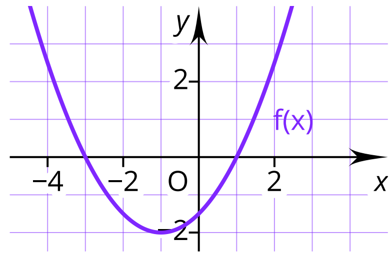
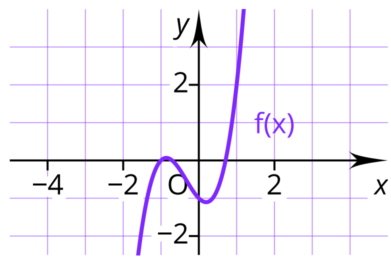
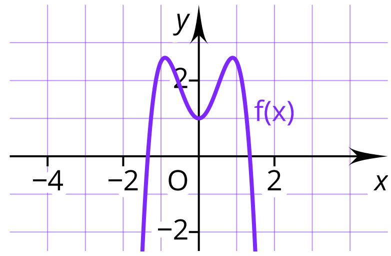
Die Koeffizienten a_0, a_1, a_2, etc. entscheiden darüber, wie der Graph einer Funktion im Koordinatensystem liegt. Um den Verlauf einer Funktion genauer zu beschreiben, werden verschiedene Eigenschaften einer Funktion untersucht:

- Nullstellen
- Verhalten im Unendlichen
- Bereiche, in denen die Funktion steigt oder fällt (Monotonie)
- Symmetrie
- x-Werte, für die ein Funktionswert bestimmt werden kann und y-Werte, die die Funktion annehmen kann (Definitionsmenge und Wertemenge)

INFO: Ganzrationale Funktionen

Mathematik Funktionen 11

Was ist der Grad einer Funktion?
Der höchste Exponent einer ganzrationalen Funktion gibt den Grad der Funktion an. So ist beispielsweise die Funktion $f(x) = x^3 + 2x^2 + x - 0{,}5$ eine Funktion dritten Grades, weil der höchste Exponent 3 ist.

Grad der Funktion	Allgemeine Funktionsgleichung Beispiel	Graph der Beispielfunktion
0 (konstante Funktion)	$f(x) = a$ mit $a \neq 0$ $f(x) = 2$	
1 (lineare Funktion)	$f(x) = ax + b$ mit $a \neq 0$ $f(x) = 0{,}5x + 1$	
2 (quadratische Funktion)	$f(x) = ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$ $f(x) = 0{,}5x^2 + 1x - 1{,}5$	
3 (kubische Funktion)	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit $a \neq 0$ $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 1x - 1$	
4	$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ mit $a \neq 0$ $f(x) = \text{-}2{,}5x^4 + 4x^2 + 1$	

INFO: Ganzrationale Funktionen

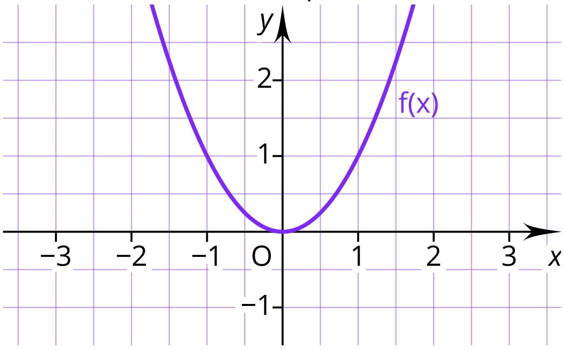
Mathematik Funktionen 11

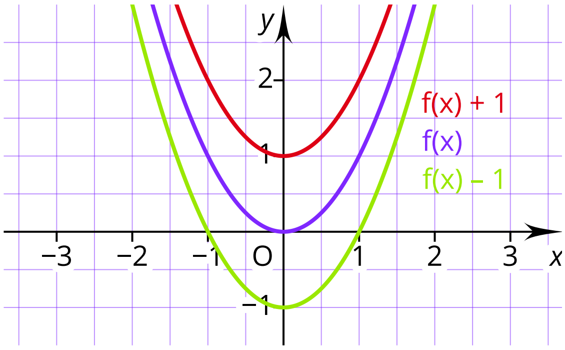
Wie kann der Graph einer Funktion verschoben oder gestreckt werden?
Änderungen in der Funktionsgleichung wirken sich auf den Verlauf des Graphen einer Funktion aus.

Für eine Verschiebung des Graphen in y-Richtung muss ein konstanter Wert c addiert werden:

$$g(x) = f(x) + c$$

Für $c > 0$ wird der Graph nach oben verschoben, für $c < 0$ wird er nach unten verschoben.

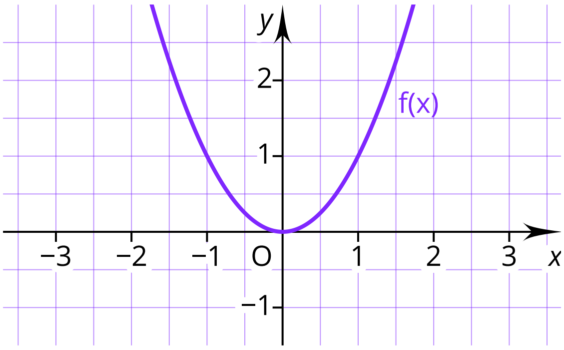


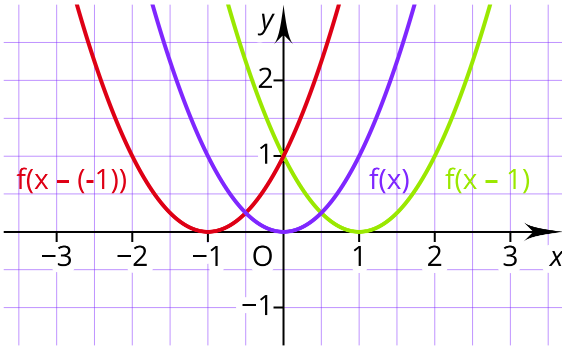


Eine seitliche Verschiebung entsteht, wenn der Wert d, um den verschoben werden soll, von x subtrahiert wird:

$$g(x) = f(x - d)$$

Für $d > 0$ wird der Graph nach rechts verschoben, für $d < 0$ wird er nach links verschoben.





Durch Multiplikation mit einem Faktor a wird der Graph einer Funktion in y-Richtung gestreckt:

$$g(x) = a \cdot f(x)$$

Ist $a < 0$ wird der Graph zusätzlich an der x-Achse gespiegelt.