

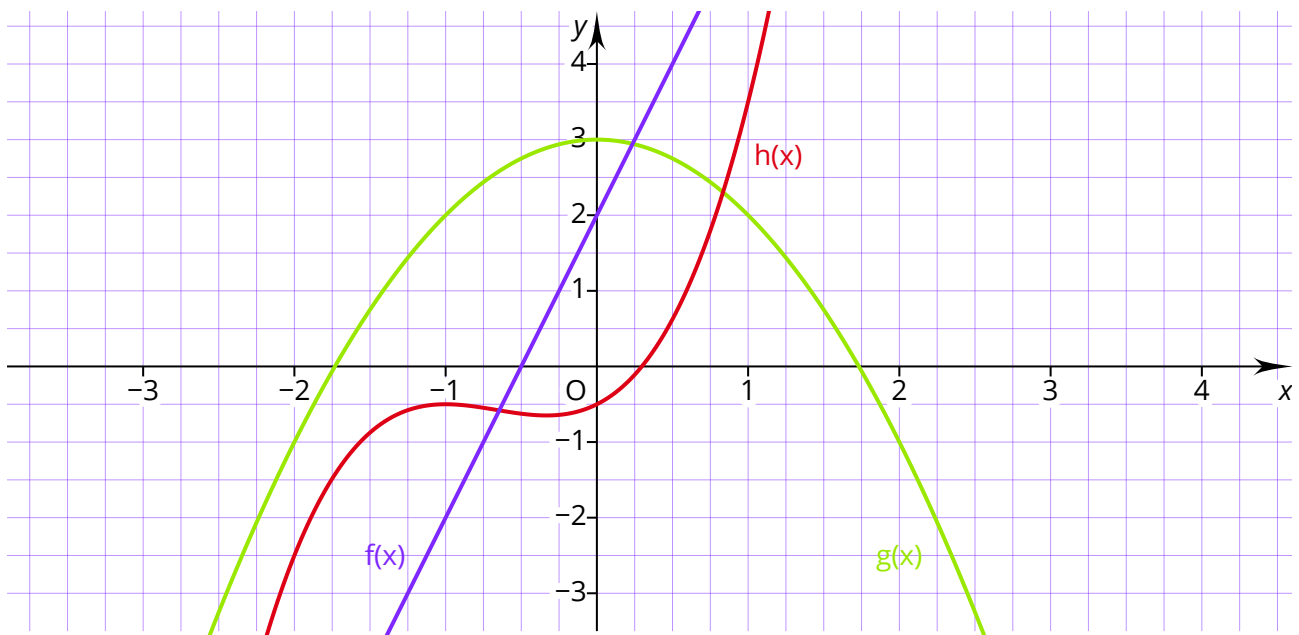
**Was ist eine ganzrationale Funktion?**

Die Abbildung zeigt die Graphen der ganzrationalen Funktionen:

$$f(x) = 4x + 2$$

$$g(x) = -x^2 + 3$$

$$h(x) = x^3 + 2x^2 + x - 0,5$$



Allgemein lässt sich für die Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion schreiben:

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_0 x^0$ . Es handelt sich also um eine Summandenkette von Potenzfunktionen. Eine solche Funktion wird auch als Polynom bezeichnet. Die Werte  $a_0, a_1, a_2, \dots$  werden als Koeffizienten bezeichnet, wobei gilt:  $a_n \neq 0$  und  $n \in \mathbb{N}$ .

Häufig wird auch  $a, b, c, \dots$  anstelle von  $a_0, a_1, a_2, \dots$  geschrieben.

Im Vergleich zu den ganzrationalen Funktionen gibt es andere Funktionen wie Exponentialfunktionen (z. B.  $f(x) = 2^x$ ), trigonometrische Funktionen (z. B.  $f(x) = \sin(x)$ ) oder gebrochenrationale Funktionen (z. B.  $f(x) = \frac{2x}{3x^2+4}$ ).

**Welche Eigenschaften hat eine ganzrationale Funktion?**

Die Koeffizienten  $a_0, a_1, a_2, \dots$  entscheiden darüber, wie der Graph einer Funktion im Koordinatensystem liegt. Um den Verlauf einer Funktion genauer zu beschreiben, werden verschiedene Eigenschaften einer Funktion untersucht:

- Nullstellen
- Verhalten im Unendlichen
- Bereiche, in denen die Funktion steigt oder fällt (Monotonie)
- Symmetrie
- $x$ -Werte, für die ein Funktionswert bestimmt werden kann und  $y$ -Werte, die die Funktion annehmen kann (Definitionsmenge und Wertemenge)

**Was ist der Grad einer Funktion?**

Der höchste Exponent einer ganzrationalen Funktion gibt den Grad der Funktion an. So ist beispielsweise die Funktion  $f(x) = x^3 + 2x^2 + x - 0,5$  eine Funktion dritten Grades, weil der höchste Exponent **3** ist.

Grad der Funktion	Allgemeine Funktionsgleichung Beispiel	Graph der Beispielfunktion
0 (konstante Funktion)	$f(x) = a$ mit $a \neq 0$  $f(x) = 2$	
1 (lineare Funktion)	$f(x) = ax + b$ mit $a \neq 0$  $f(x) = 0,5x + 1$	
2 (quadratische Funktion)	$f(x) = ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$  $f(x) = 0,5x^2 + 1x - 1,5$	
3 (kubische Funktion)	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit $a \neq 0$  $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 1x - 1$	
4	$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ mit $a \neq 0$  $f(x) = -2,5x^4 + 4x^2 + 1$	

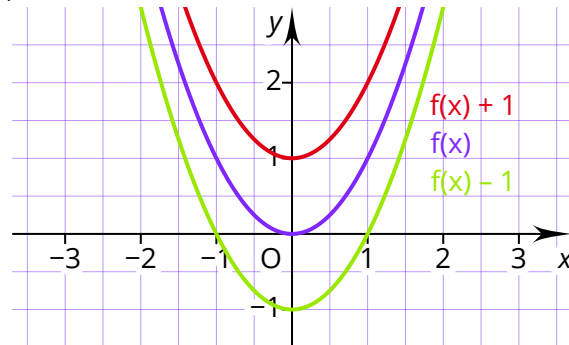
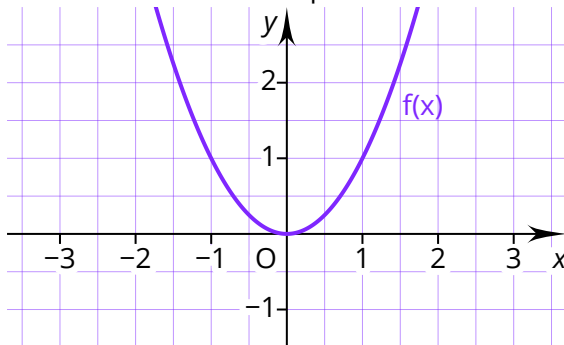
**Wie kann der Graph einer Funktion verschoben oder gestreckt werden?**

Änderungen in der Funktionsgleichung wirken sich auf den Verlauf des Graphen einer Funktion aus.

Für eine Verschiebung des Graphen in  $y$ -Richtung muss ein konstanter Wert  $c$  addiert werden:

$$g(x) = f(x) + c$$

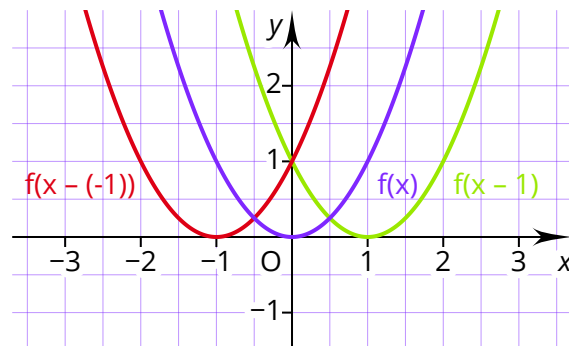
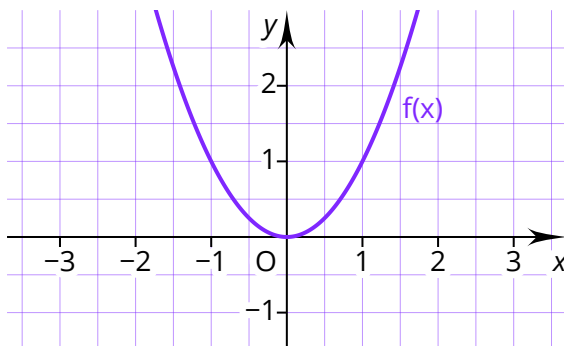
Für  $c > 0$  wird der Graph nach oben verschoben, für  $c < 0$  wird er nach unten verschoben.



Eine seitliche Verschiebung entsteht, wenn der Wert  $d$ , um den verschoben werden soll, von  $x$  subtrahiert wird:

$$g(x) = f(x - d)$$

Für  $d > 0$  wird der Graph nach rechts verschoben, für  $d < 0$  wird er nach links verschoben.



Durch Multiplikation mit einem Faktor  $a$  wird der Graph einer Funktion in  $y$ -Richtung gestreckt:

$$g(x) = a \cdot f(x)$$

Ist  $a < 0$  wird der Graph zusätzlich an der  $x$ -Achse gespiegelt.

