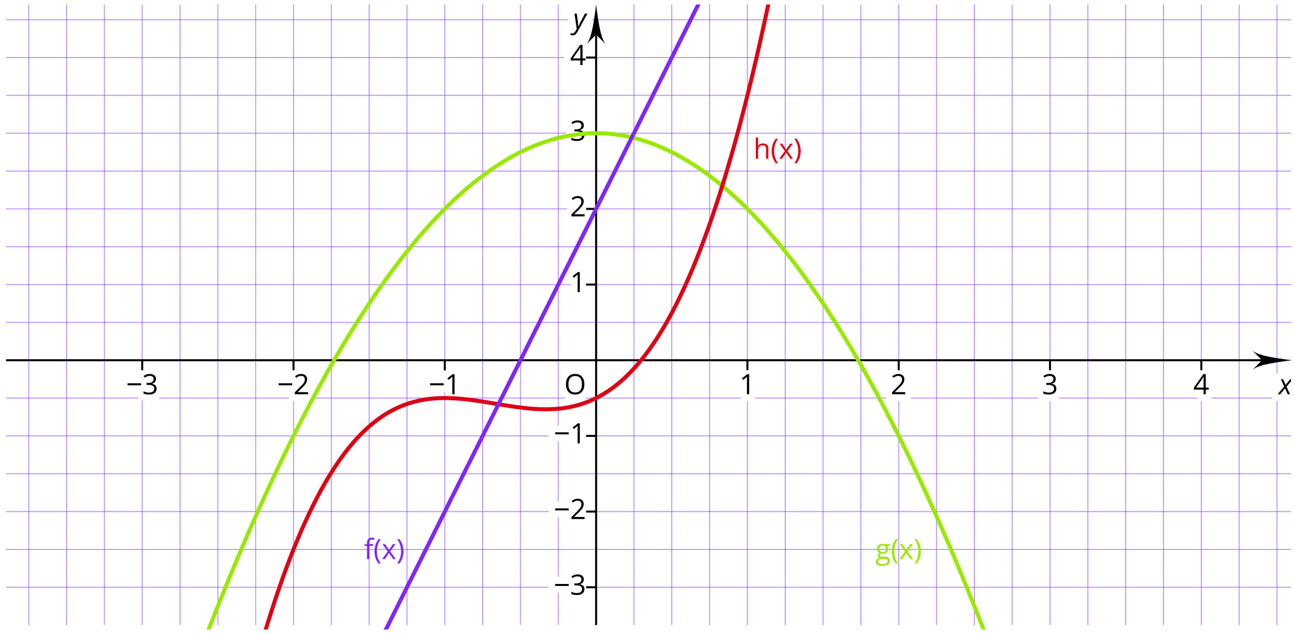
**Was ist eine ganzrationale Funktion?**
Die Abbildung zeigt die Graphen der ganzrationalen Funktionen:
$f(x) = 4x + 2$
$g(x) = \text{-}x^2 + 3$
$h(x) = x^3 + 2x^2 + x - 0{,}5$




Allgemein lässt sich für die Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion schreiben:
$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_0 x^0$. Es handelt sich also um eine Summandenkette von Potenzfunktionen. Eine solche Funktion wird auch als Polynom bezeichnet. Die Werte $a_0, a_1, a_2,$ etc. werden als Koeffizienten bezeichnet, wobei gilt: $a_n \neq 0$ und $n \in \mathbb{N}$. Häufig wird auch $a, b, c,$ etc. anstelle von $a_0, a_1, a_2,$ etc. geschrieben.

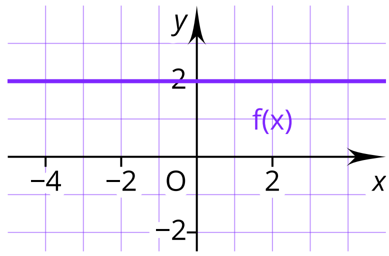
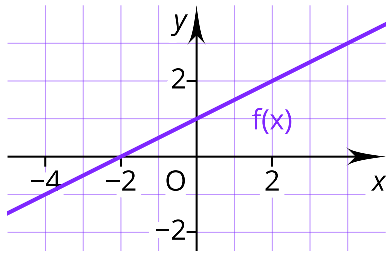
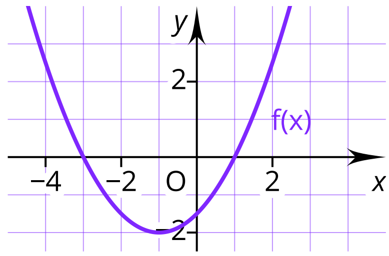
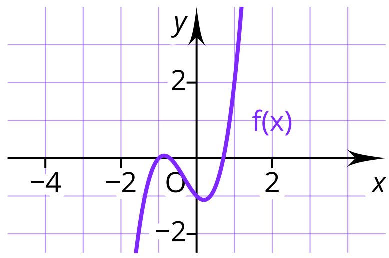
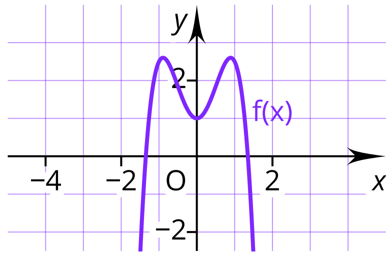
Im Vergleich zu den ganzrationalen Funktionen gibt es andere Funktionen wie Exponentialfunktionen (z. B. $f(x) = 2^x$), trigonometrische Funktionen (z. B. $f(x) = sin(x)$) oder gebrochenrationale Funktionen (z. B. $f(x) = \frac{2x}{3x^2+4}$).

**Welche Eigenschaften hat eine ganzrationale Funktion?**
Die Koeffizienten $a_0, a_1, a_2,$ etc. entscheiden darüber, wie der Graph einer Funktion im Koordinatensystem liegt. Um den Verlauf einer Funktion genauer zu beschreiben, werden verschiedene Eigenschaften einer Funktion untersucht:
- Nullstellen
- Verhalten im Unendlichen
- Bereiche, in denen die Funktion steigt oder fällt (Monotonie)
- Symmetrie
- $x$-Werte, für die ein Funktionswert bestimmt werden kann und $y$-Werte, die die Funktion annehmen kann (Definitionsmenge und Wertemenge)

# INFO: Ganzrationale Funktionen

Mathematik Funktionen 11

**Was ist der Grad einer Funktion?**
Der höchste Exponent einer ganzrationalen Funktion gibt den Grad der Funktion an. So ist beispielsweise die Funktion $f(x) = x^3 + 2x^2 + x - 0{,}5$ eine Funktion dritten Grades, weil der höchste Exponent $3$ ist.

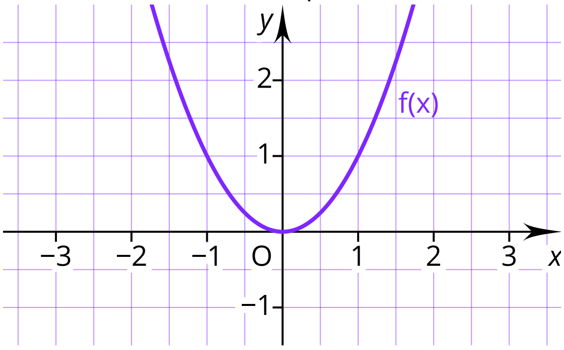
| Grad der Funktion | Allgemeine Funktionsgleichung Beispiel | Graph der Beispielfunktion |
|---|---|---|
| 0 (konstante Funktion) | $f(x) = a$<br>mit $a \neq 0$<br><br>$f(x) = 2$ |  |
| 1 (lineare Funktion) | $f(x) = ax + b$<br>mit $a \neq 0$<br><br>$f(x) = 0{,}5x + 1$ |  |
| 2 (quadratische Funktion) | $f(x) = ax^2 + bx + c$<br>mit $a \neq 0$<br><br>$f(x) = 0{,}5x^2 + 1x - 1{,}5$ |  |
| 3 (kubische Funktion) | $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$<br>mit $a \neq 0$<br><br>$f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 1x - 1$ |  |
| 4 | $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$<br>mit $a \neq 0$<br><br>$f(x) = \text{-}2{,}5x^4 + 4x^2 + 1$ |  |

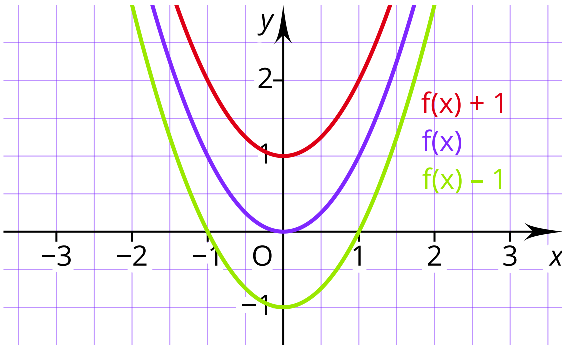
**Wie kann der Graph einer Funktion verschoben oder gestreckt werden?**
Änderungen in der Funktionsgleichung wirken sich auf den Verlauf des Graphen einer Funktion aus.

Für eine Verschiebung des Graphen in $y$-Richtung muss ein konstanter Wert $c$ addiert werden:

$$g(x) = f(x) + c$$

Für $c > 0$ wird der Graph nach oben verschoben, für $c < 0$ wird er nach unten verschoben.

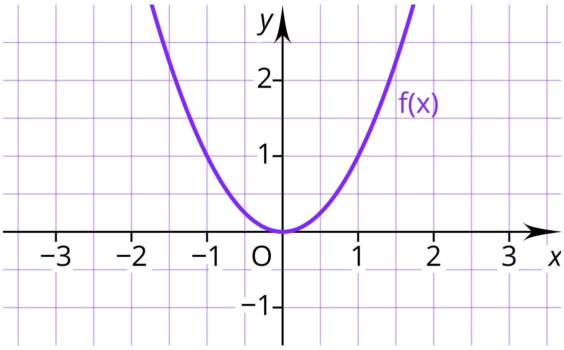


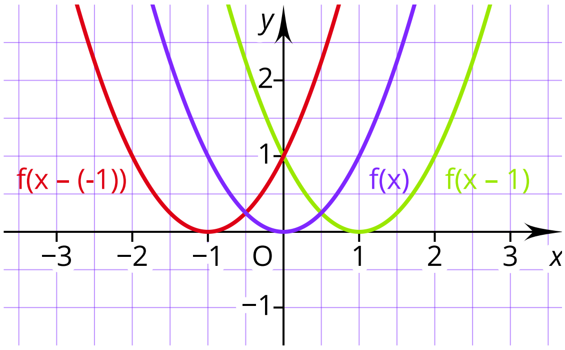




Eine seitliche Verschiebung entsteht, wenn der Wert $d$, um den verschoben werden soll, von $x$ subtrahiert wird:

$$g(x) = f(x - d)$$

Für $d > 0$ wird der Graph nach rechts verschoben, für $d < 0$ wird er nach links verschoben.




Durch Multiplikation mit einem Faktor $a$ wird der Graph einer Funktion in $y$-Richtung gestreckt:

$$g(x) = a \cdot f(x)$$

Ist $a < 0$ wird der Graph zusätzlich an der $x$-Achse gespiegelt.