

# AB: Geradengleichungen

## Mathematik Vektoren 12



### Reflektionsfragen

Bevor du mit den Aufgaben beginnst, solltest du kurz über die folgenden Fragen nachdenken. Wenn du zu einer Frage keine Idee hast, lies noch einmal in der INFO nach.

⇒ Welche beiden Vektoren werden zum Aufstellen einer Geradengleichung benötigt?

⇒ Welcher Punkt wird erreicht, wenn in die Gerade  $g: \vec{x} = \vec{a} + r \cdot \vec{AB}$  für  $r = 1$  eingesetzt wird?

⇒ Wie lässt sich prüfen, ob zwei Vektoren linear abhängig sind?

⇒ Was bedeutet es, wenn zwei Geraden windschief zueinander liegen?

... und noch etwas ist Voraussetzung zur Bearbeitung der Aufgaben: Das sichere Lösen von linearen Gleichungssystemen (LGS). Wenn du Schwierigkeiten beim Beantworten der folgenden Fragen hast, solltest du das Thema wiederholen, bevor du mit diesen Aufgaben startest.

⇒ Was muss beachtet werden, wenn ein LGS drei Gleichungen, aber nur zwei Parameter hat?

⇒ Was bedeutet es, wenn beim Lösen eines LGS eine Zeile einen Widerspruch wie  $3 = 4$  enthält?

① Verbinde Vektoren miteinander, die linear abhängig sind.

$$\begin{array}{l} \left( \begin{array}{c} 6 \\ 3 \end{array} \right) \bullet \\ \left( \begin{array}{c} 4 \\ 1 \end{array} \right) \bullet \\ \left( \begin{array}{c} -1 \\ -4 \end{array} \right) \bullet \\ \left( \begin{array}{c} 6 \\ 3 \\ 0 \end{array} \right) \bullet \\ \left( \begin{array}{c} 1 \\ -2 \\ 3 \end{array} \right) \bullet \\ \left( \begin{array}{c} 2 \\ 2,5 \\ 3 \end{array} \right) \bullet \end{array} \quad \circ \quad \begin{array}{l} \left( \begin{array}{c} 0,25 \\ 1 \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} 2 \\ 1 \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} 2 \\ 1 \\ 0 \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} -4 \\ -1 \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} -2 \\ 4 \\ -6 \end{array} \right) \end{array}$$



# AB: Geradengleichungen

## Mathematik Vektoren 12

- ② Durch die Punkte  $A(2|0|-2)$  und  $B(1|2|0)$  soll eine Gerade gelegt werden. Markiere alle Geradengleichungen, die diese Gerade beschreiben.

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

- ③ Gib drei Punkte an, die auf der Geraden  $h$  liegen. Beschreibe dein Vorgehen.

$$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

---

---

---

- ④ Jeweils drei der vier Punkte liegen auf einer Geraden. Untersuche, welcher der Punkte nicht auf der Geraden liegt. Nutze für die Berechnungen dein Heft.

a)  $A(1|3|5)$ ,  $B(-2|6|9)$ ,  $C(0|4|7)$ ,  $D(2|2|3)$

b)  $A(1|2|-3)$ ,  $B(-2|1|0)$ ,  $C(4|3|-2)$ ,  $D(7|4|-3)$

---

---



# AB: Geradengleichungen

## Mathematik Vektoren 12

- ⑤ Ermittle, wie die beiden Geraden zueinander liegen. Gib gegebenenfalls den Schnittpunkt an. Nutze für die Berechnungen dein Heft.

$$\text{a) } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -8 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -0,5 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ -6 \end{pmatrix}$$

---

---

---

- ⑥ Manchmal lässt sich auf einen Blick erkennen, wie zwei Geraden zueinander liegen. Untersuche die Lagebeziehungen der Geraden ohne schriftliche Rechnung.

$$\text{a) } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

---

---



# AB: Geradengleichungen

## Mathematik Vektoren 12

- ⑦ Jonathan möchte die Lagebeziehung der Geraden  $g$  und  $h$  untersuchen. Bei der Rechnung ist ihm jedoch ein Fehler unterlaufen. Prüfe seinen Rechenweg und korrigiere seinen Fehler.

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- ✎ Sind die Richtungsvektoren der Geraden linear abhängig?

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \neq k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Die Richtungsvektoren sind nicht linear abhängig.

Haben die Geraden einen Schnittpunkt?

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$I. \quad 3 + 2s = 1 + 3s \quad | -2s - 1$$

$$II. \quad 4 - 1s = -2 + 2s \quad | +1s + 2$$

$$III. \quad 2 + 1s = 0 + 2s \quad | -1s$$

$$I. \quad 2 = 1s$$

$$II. \quad 6 = 3s \quad | :3$$

$$III. \quad 2 = 1s$$

$$I. \quad 2 = s$$

$$II. \quad 2 = s$$

$$III. \quad 2 = s$$

$$\vec{s} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Die Geraden schneiden sich im Punkt  $S(7|2|4)$ .

