

INFO: Herleitung der Zinseszinsformel

Mathematik Prozente und Zinsen E 9

Begriffe

K_0 = Kapital zu Beginn des ersten Jahres

$p\%$ = Jahreszinssatz in Prozent (bei Rechnung jedoch ohne Prozentzeichen!)

n = Anzahl der Jahre, für die das Kapital verzinst wird



[Erklärvideo](#)

- ① Legt man ein Kapital (K_0) für einen Jahreszinssatz (p) auf der Bank an, so erhält man folgende Zinsen (Z). Ausgedrückt in einer Formel bedeutet dies:

$$Z = K_0 \cdot \frac{p}{100}$$

Beispiel: $Z = 100,00 \text{ €} \cdot \frac{2}{100}$
 $Z = 2,00 \text{ €}$

- ② Man erhält somit 2 € Zinsen nach einem Jahr. Insgesamt hast du also:

$$K_1 = K_0 + K_0 \cdot \frac{p}{100}$$
$$K_1 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

Beispiel: $K_1 = 100,00 \text{ €} + 100,00 \text{ €} \cdot \frac{2}{100}$
 $K_1 = 100,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)$
 $K_1 = 102,00 \text{ €}$

- ③ Nun das gleiche für das nächste Jahr (jetzt hast du schon 102€ Kapital zu Beginn des 2. Jahres):

$$K_2 = K_1 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

Beispiel: $K_2 = 102,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)$
 $K_2 = 104,04 \text{ €}$

- ④ Jetzt setzen wir für K_1 die Formel aus Schritt 2 ein. Demnach gilt:

$$K_2 = K_1 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

$$K_2 = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

Beispiel: $K_2 = 102,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)$

$$K_2 = 100,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)$$

- ⑤ Dies kann man für beliebige Folgejahre fortsetzen:

$$K_3 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

$$K_3 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$$

Beispiel: $K_3 = 100,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^3$

$$K_3 = 106,12 \text{ €}$$

- ⑥ Vereinfacht ausgedrückt ergibt sich folgende allgemeingültige Formel für n -Jahre:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

