

Kürzen

Bruchterme können durch Kürzen **vereinfacht** werden. Dies ist wichtig, da vereinfachte Bruchterme leichter zu verstehen und zu interpretieren sind. Dadurch können Brüche einfacher miteinander verglichen werden. Auch könnten komplizierte Brüche zu Rechenfehlern führen.

**Merke**

Beim Kürzen von Bruchtermen werden **Zähler** und **Nenner** durch die **selbe Zahl** oder **Variable geteilt**.

Beispiele:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \frac{9x}{12x} &= \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \cdot x}{\underset{4}{\cancel{12}} \cdot x} = \frac{3}{4} \\ \textcircled{2} \quad \frac{10x}{5x^2} &= \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \cdot x}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot x \cdot x} = \frac{2}{1 \cdot x} = \frac{2}{x} \\ \textcircled{3} \quad \frac{4xyz}{16xv} &= \frac{\overset{4}{\cancel{4}} \cdot x \cdot y \cdot z}{\underset{4}{\cancel{16}} \cdot x \cdot v} = \frac{1 \cdot y \cdot z}{4 \cdot v} = \frac{yz}{4v} \end{aligned}$$

 Erklärvideo



① **Kürze** die Bruchterme.

a) $\frac{4x}{20x}$

b) $\frac{25xy}{5xz}$

c) $\frac{3x}{9x^2}$

d) $\frac{4abc}{8abc}$

e) $\frac{12x^3}{4x^2}$

f) $\frac{36x}{42}$

Ausklammern und Kürzen

Ausklammern bei Bruchtermen ist eine Technik, um Brüche zu **vereinfachen**, indem man einen gemeinsamen Faktor sowohl im Zähler als auch im Nenner findet und diesen dann ausklammert. Ausklammern wird deshalb auch „Faktorisieren“ genannt.

Vorgehen

Betrachten wir den Bruchterm: $\frac{2x}{4x^2 + 8x}$

Schritte zum Ausklammern:

1. Faktor herausfinden:

Im Nenner haben beide Terme den gemeinsamen Faktor $4x$.

2. Ausklammern:

$4x$ wird im Nenner ausgeklammert: $\frac{2x}{4x(x+2)}$

3. Kürzen:

Jetzt können wir die gemeinsamen Faktoren im Zähler und im Nenner kürzen.

Zuerst kürzen wir x : $\frac{2\cancel{x}}{4\cancel{x}(x+2)}$ Dann kürzen wir die 4 und 2: $\frac{\cancel{2}}{4(x+2)} = \frac{1}{2(x+2)}$

Erklärvideo



Beispiele:

$$\begin{array}{l} \textcircled{4} \quad \frac{8}{8x+8y} = \frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{8}}(x+y)} = \frac{1}{x+y} \\ \textcircled{5} \quad \frac{5x}{5xy-10xz} = \frac{\overset{1}{\cancel{5x}}}{\underset{1}{\cancel{5x}}(y-2z)} = \frac{1}{y-2z} \\ \textcircled{6} \quad \frac{12x+24}{6x+12} = \frac{\overset{2}{\cancel{12}}(x+2)}{\underset{1}{\cancel{6}}(x+2)} = \frac{2}{1} = 2 \\ \textcircled{7} \quad \frac{3x^2-3x}{6x^2-6x} = \frac{\overset{1}{\cancel{3x}}(x-1)}{\underset{2}{\cancel{6x}}(x-1)} = \frac{1}{2} \end{array}$$

② Vereinfache die Bruchterme durch **Kürzen** und **Ausklammern**.

a) $\frac{2x}{2x-2y}$

b) $\frac{10x}{10xy+20xz}$

c) $\frac{4(5x-1)}{12(5x-1)}$

d) $\frac{2x(x+2)}{8x(x+2)}$

e) $\frac{4x^2+12x}{8x^2+24x}$

Ausklammern und Kürzen - SONDERFÄLLE

Hier wurden die **Zahlen mit Vorzeichen vertauscht** (Kommutativgesetz). Es kann trotzdem gekürzt werden.

Beispiele:

$$\textcircled{8} \quad \frac{-3x + 9}{27 - 9x} = \frac{3(-x + 3)}{9(3 - x)} = \frac{\overset{1}{3}(-x + 3)}{\underset{3}{9}(3 - x)} = \frac{1}{3}$$

Hier kann (-1) ausgeklammert werden, damit dann die Terme **gekürzt** werden können.

$$\textcircled{9} \quad \frac{5x(-x + 3)}{15x^2(-3 + x)} = \frac{5 \cdot x \cdot (-1) \cdot (x - 3)}{15 \cdot x \cdot x \cdot (x - 3)} = \frac{\overset{1}{5} \cdot x \cdot (-1) \cdot (x - 3)}{\underset{3}{15} \cdot x \cdot x \cdot (x - 3)} = \frac{-1}{3x}$$

$$\textcircled{10} \quad \frac{3x - 1}{3x(x - 1)}$$

Hier kann **NICHT** ausgeklammert und **NICHT** weiter gekürzt werden, da es sich um zwei verschiedene Terme handelt. Differenzen und Summen dürfen nicht gekürzt werden.

⚡ Achtung!

Kürze Terme nur, wenn diese als Ganzes stehen, denn
„Aus Differenzen und Summen kürzen nur die Dummen.“

③ **Beachte** die **Sonderfälle** und **vereinfache** die Bruchterme durch Kürzen und Ausklammern.

a) $\frac{64x^2(3 + x)}{8x(x + 3)}$

b) $\frac{14x^2(x + 3)}{7x^2(x - 3)}$

c) $\frac{6x^2(4 + 2x)(x - 1)}{3x(2x + 4)(x + 1)}$

d) $\frac{3(5x + 3)(3x - 5)}{9(3x - 5)(3 + 5x)}$

- ④ Oh, da hat jemand aus Versehen Wasser verschüttet und die Rechnung ist nicht mehr lesbar. Hilfe mit und **schreibe** die korrekten Zahlen oder Variablen in die Wasserflecken.

a) $\frac{4z - 16}{8z - \text{☹}}$ = $\frac{4 \cdot z - 4 \cdot 4}{8 \cdot z - 8 \cdot 4}$ = $\frac{4 (\text{☹} - 4)}{8 (z - 4)}$ = $\frac{1}{\text{☹}}$

b) $\frac{6y^2 + 18y}{3y + 9}$ = $\frac{6 \cdot y \cdot y + 3 \cdot 6 \cdot y}{3 \cdot y + 3 \cdot 3}$ = $\frac{\text{☹} \cdot (y + 3)}{\text{☹} \cdot (y + 3)}$ = $\frac{2y}{1}$ = ☹

c) $\frac{7x^2 - \text{☹}x}{x^2 \text{☹} 3x}$ = $\frac{7 \cdot x \cdot x - 3 \cdot 7 \cdot x}{x \cdot x - 3 \cdot x}$ = $\frac{7x (\text{☹} - 3)}{x (x - \text{☹})}$ = $\frac{7}{1}$ = 7

d) $\frac{3x^2 + 6x}{\text{☹} + 18x^2}$ = $\frac{3 \cdot x \cdot x + 2 \cdot 3 \cdot x}{9 \cdot x \cdot x + 2 \cdot 9 \cdot x \cdot x}$ = $\frac{\text{☹} \cdot (x+2)}{9 \cdot x \cdot x \cdot (x+2)}$ = $\frac{1}{\text{☹}}$

- ⑤ **Vereinfache** die Bruchterme, durch Kürzen und Ausklammern. Achte auf Sonderfälle.

a) $\frac{2x(x+2)}{4x(x+2)}$

c) $\frac{4x-1}{2(4x-1)}$

e) $\frac{8x+8}{4x+4}$

g) $\frac{4x-1}{2(2x-1)}$

b) $\frac{6x^2+12x}{3x}$

d) $\frac{3ab}{9a^2b-3ab}$

f) $\frac{6x^2+9x}{10x+15}$

h) $\frac{30x^2-5x}{4x(4-1)}$