INFO: Oberflächen/Rauminhalte Wü., Quad., P...

Mathematik Messen M 9

Oberflächen von Würfeln und Quadern

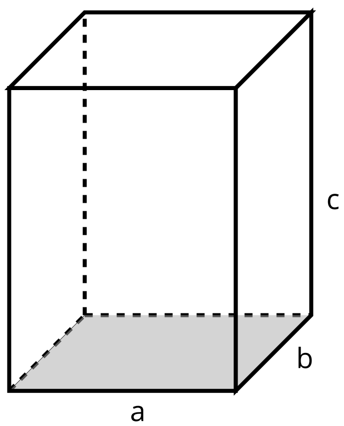
① Schaue dir das nebenstehende Video an und notiere dir die Formel für die Berechnung der Oberfläche eines **Quaders**.

Quader - Oberfläche berechnen

② Überlege dir anschließend, wie die Formel für die Oberfläche eines **Würfels** aussehen könnte.
Hinweis: Ein Würfel hat 12 gleich lange Kanten und sechs gleich große Flächen.

- ◯ $2\,a \cdot a + 2\,a \cdot a + 2\,a \cdot a$
- ◯ $6 \cdot a \cdot a$
- ◯ $a \cdot b \cdot c$

③ **Beispiel**: Oberflächeninhalt berechnen
Der untenstehende Quader hat die Kantenlängen a = 3 cm, b = 2 cm und c = 3 cm.
Um die Oberfläche zu berechnen, schaue dir nochmal die Formel an.



Oberfläche Quader:
$O = 2ab + 2ac + 2bc$

Nun kannst du die angegebenen Werte für a, b und c in die Formel einsetzen und berechnen.
Tipp: Lösungsweg abdecken und gleich mitrechnen!

$O_Q = 2ab + 2ac + 2bc$
$O_Q = 2 \cdot 3\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} + 2 \cdot 3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} + 2 \cdot 2\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}$
$O_Q = 2 \cdot 6\text{ cm}^2 + 2 \cdot 9\text{ cm}^2 + 2 \cdot 6\text{ cm}^2$
$O_Q = 12\text{ cm}^2 + 18\text{ cm}^2 + 12\text{ cm}^2$
$O_Q = 42\text{ cm}^2$

Wichtig
Auf die Einheit achten!
$\text{cm} \cdot \text{cm} = \text{cm}^2$ (cm hoch ²) - sprich „Quadratzentimeter“

Rechenweg
Um die volle Punktzahl zu erhalten, solltest du beim Lösen der Aufgaben stets den Rechenweg mit aufschreiben.

Rauminhalte von Würfeln und Quadern

Der **Rauminhalt** wird oft auch **Volumen** genannt.

④ Schaue dir zuerst das nebenstehende Video an und notiere dir die Formel zur Berechnung des Volumens eines **Quaders**.

Quader - Rauminhalt berechnen

⑤ Überlege dir auch diesmal, wie die Formel für das Volumen eines **Würfels** aussehen könnte.
Hinweis: Bei einem Würfel sind alle Kanten gleich lang.

- ◯ $a \cdot b$
- ◯ $a \cdot a$
- ◯ a^3
- ◯ $a \cdot a \cdot a$

Rauminhalt Würfel
$V = a \cdot a \cdot a$

⑥ **Beispiel**: Rauminhalt berechnen
Nun soll der Rauminhalt (das Volumen) eines Quaders mit den Kantenlängen $a = 3$ cm, $b = 2$ cm und $c = 3$ cm berechnet werden.
Tipp: Lösungsweg abdecken und gleich mitrechnen!

Dafür wird die Formel aus dem Video benötigt.

$V_Q = a \cdot b \cdot c$
$V_Q = 3\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}$
$V_Q = 18\text{ cm}^3$

Wichtig
Auf die Einheit achten!
$\text{cm} \cdot \text{cm} \cdot \text{cm} = \text{cm}^3$ (cm hoch ³) - sprich „Kubikzentimeter“

⑦ **Übung 1**:
Berechne den Rauminhalt und den Oberflächeninhalt eines Quaders mit den Kantenlängen $a = 5$ cm, $b = 6$ cm und $c = 7$ cm.
Tipp: Beginne immer mit der richtigen Formel und setze dann die Werte ein.

Rauminhalt Quader
$V = a \cdot b \cdot c$

Grundflächen
Diese werden gleich berechnet, wie die Flächeninhalte auf dem Infoblatt "Umfang und Flächeninhalt".

Einheiten
Oberflächen: $\text{km}^2 < \text{m}^2 < \text{dm}^2 < \text{cm}^2 < \text{mm}^2$
- **Ausnahmen** sind: a (Ar) < ha (Hektar)

Rauminhalte: $\text{km}^3 < \text{m}^3 < \text{dm}^3 < \text{cm}^3 < \text{mm}^3$

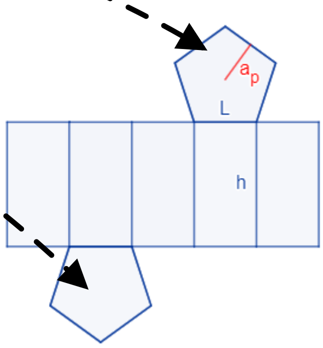
Oberflächen und Rauminhalte von Prismen

Prismen begegnen dir im Alltag immer wieder, z.B. als Tobleroneverpackung.
Alle Prismen haben drei Gemeinsamkeiten:
- Grundfläche und Deckfläche sind kongruent (sehen völlig gleich aus)
- Grundfläche und Deckfläche sind parallel
- Grundfläche und Deckfläche werden durch Rechtecke „verbunden".

Die Verpackung eines leckeren Dreieckprismas

An dem Netz des Fünfeckprismas kannst du dies sehr gut sehen.

Schaue dir nun das Video zu den Prismen an.
Die Höhe wird dabei oft auch als Länge oder Tiefe bezeichnet.
Am besten rechnest du die Beispiele gleich mit.



Netz eines Fünfeckprismas

Prisma - Oberfläche und Volumen berechnen (Dreiecksprisma)

Hinweis
In der Regel kommen nur Dreieckprismen in Aufgaben vor.

Übung 2:
Berechne die Oberfläche und das Volumen eines Dreieckprismas.
Dreieck (Grundfläche) a = 3 cm, b = 2 cm, c = 3 cm, h_c = 2,5 cm und die Höhe des Prismas h = 5 cm.

⑧ Überlege dir nun, welcher Körper zu welcher Formel für das Volumen und die Oberfläche passt.
Tipp: Trage für das Volumen z.B. ein V_{Pr} ein und für die Oberfläche ein O_{Pr}.
Kannst du auch den anderen Formeln die Formelzeichen zuordnen?

☐ = $\frac{g \cdot h}{2} \cdot$ h

☐ = 2ab + 2ac + 2bc

☐ = a · b · c

☐ = 2 · $\frac{g \cdot h}{2}$ + u · h