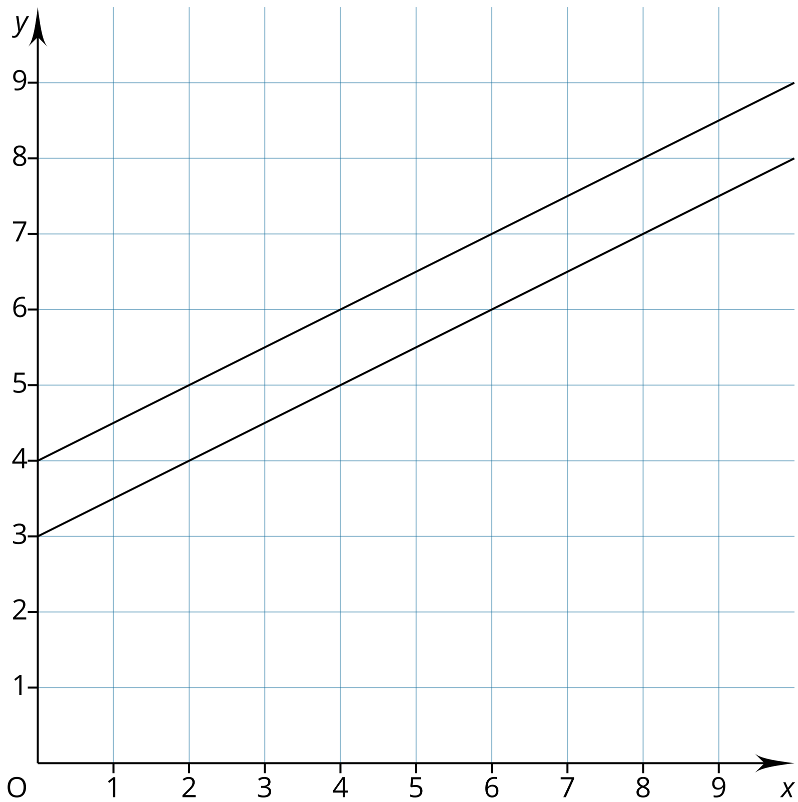
LGS mit keiner Lösung
Die folgenden Funktionen gehören zu einem LGS:

I. y = 0,5x + 3
II. y = 0,5x + 4

Die Funktionen werden in ein Koordinatensystem eingezeichnet:



In der Zeichnung ist erkennbar, dass die beiden linearen Funktionen parallel verlaufen. Sie haben somit keinen Schnittpunkt. Das Gleichungssystem hat keine Lösung. Das wird durch eine leere Lösungsmenge verdeutlicht:

L = { }

Dieses Ergebnis lässt sich auch rechnerisch zeigen. Beim Gleichsetzungsverfahren werden die Funktionen gleichgesetzt:

0,5x + 3 = 0,5x + 4 | – 0,5x
3 = 4

Es entsteht eine falsche Aussage. Das lässt sich mithilfe eines Ungleichzeichens verdeutlichen:

3 ≠ 4

LGS mit unendlich vielen Lösungen
Das folgende LGS soll gelöst werden.

I. $x_2 = 2x_1 + 1$
II. $2x_2 - 2 = 4x_1$

Da die erste Gleichung nach x_2 umgestellt ist, bietet sich die rechnerische Lösung mit dem Einsetzungsverfahren an:

$2 \cdot (2x_1 + 1) - 2 = 4x_1$ | Klammer auflösen
$4x_1 + 2 - 2 = 4x_1$ | zusammenfassen
$4x_1 = 4x_1$ | $- 4x_1$
$0 = 0$

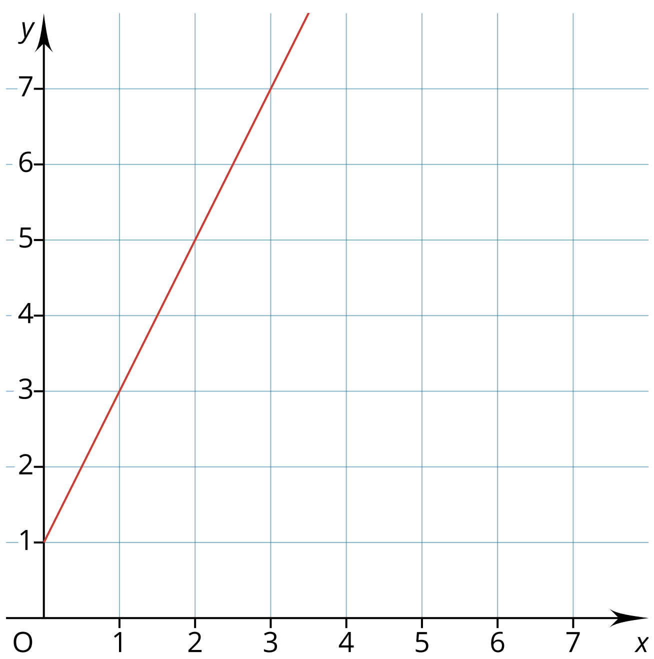
Auf beiden Seiten der Gleichung steht das Gleiche. Diese Aussage ist unabhängig von x_1 wahr. Somit lässt sich die Gleichung nicht eindeutig lösen. Ein solches Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen. Die Lösungsmenge wird in Abhängigkeit einer der beiden Varablen angegeben:

$L = \{x_1; 2x_1 + 1\}$

Ein Umstellen von Gleichung II nach x_2 bestätigt das Ergebnis:

$2x_2 - 2 = 4x_1$ | $+ 2$
$2x_2 = 4x_1 + 2$ | $: 2$
$x_2 = 2x_1 + 1$

Die Gleichungen I und II sind identisch. Sie lassen sich durch Umstellen ineinander überführen. Eine zeichnerische Lösung enthält daher nur eine lineare Funktion:



Mögliche Lösungen für das LGS sind alle Punkte, die auf dieser Geraden liegen, wie zum Beispiel
$x_1 = 1$ und $x_2 = 3$ oder $x_1 = 3$ und $x_2 = 7$.