

① Löse das LGS und gib die Lösungsmenge an.

a)

$$\begin{array}{l} \text{I. } 2x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 3 \\ \text{II. } -2x_1 - 1x_2 + 1x_3 = -7 \\ \text{III. } -2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -12 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l} \text{I. } 2x_1 \quad \quad \quad - 3x_3 = 1 \\ \text{II. } -1x_1 + 2x_2 \quad \quad \quad = 7 \\ \text{III. } 1x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -10 \end{array}$$

② Die Geschwister Tim, Tina und Tomte haben von ihrem Onkel etwas Geld zugesteckt bekommen. Nun zählen sie zusammen, wie viel es ist. Tom sagt: „Ich habe 6 Münzen der Sorte A, 2 Münzen der Sorte B und 1 Münze der Sorte C. Insgesamt habe ich 1,20 €.“ Tina antwortet: „Ich habe gleich viel Geld, allerdings habe ich andere Münzen. Ich habe 4 Münzen der Sorte A und 2 Münzen der Sorte C.“ „Nicht zu fassen!“, empört sich Tomte, „Ich habe zwar am meisten Münzen, aber trotzdem nur 1,10 € bekommen. Ich habe 8 Münzen der Sorte A, 1 Münze der Sorte B und 1 Münze der Sorte C.“

a) Stelle ein LGS auf, mit dem sich bestimmen lässt, um welche Geldstücke es sich bei den Sorten A, B und C handelt. Du brauchst es nicht zu berechnen.

b) Zeige mithilfe einer Probe, dass es sich bei den Sorten A, B und C um die Münzen 5 Cent, 20 Cent und 50 Cent handelt.

③ Gegeben ist das folgende LGS abhängig von  $a$  und  $b$  in Matrixschreibweise.

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & a & b \end{array} \right)$$

a) Ordne die Lösungsmengen den unterschiedlichen Fällen zu.

$a = 0; b = 0$  •  $\circ L = \{2; -1; 0\}$

$a = 0; b \neq 0$  •  $\circ L = \{2; -1; x_3\}$

$a = 1; b = 0$  •  $\circ L = \{\}$

b) Gib ein Wertepaar  $a$  und  $b$  an, für das die Lösungsmenge  $L = \{2; -1; 3\}$  ist.

④ Eine Funktion 3. Grades geht durch den Punkt  $P(1 | -5)$ , schneidet die  $y$ -Achse bei 1 und hat bei  $x = 2$  eine Wendestelle. Die Steigung bei  $x = 0$  ist  $-1$ .  
Bestimme die Funktionsgleichung der Funktion.

## Musterlösung



Bitte beachte, dass die Musterlösung beispielhafte Rechenwege zeigt. Teilweise sind alternative Rechenwege möglich.

①

a) Die Aufgabe kann z. B. mit dem Gaußverfahren in der Matrixschreibweise gelöst werden:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & | & 3 \\ -2 & -1 & 1 & | & -7 \\ -2 & -2 & 3 & | & -12 \end{pmatrix} \begin{array}{l} | I + II \\ | I + III \end{array} \quad \begin{pmatrix} 8 & 4 & 0 & | & 20 \\ 0 & -1 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 \end{pmatrix} \quad | : 4$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & | & 3 \\ 0 & 0 & 2 & | & -4 \\ 0 & -1 & 4 & | & -9 \end{pmatrix} \begin{array}{l} | III \\ | II \end{array} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & | & 5 \\ 0 & -1 & 0 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 \end{pmatrix} \begin{array}{l} | I + II \\ | : (-1) \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & | & 3 \\ 0 & -1 & 4 & | & -9 \\ 0 & 0 & 2 & | & -4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} | \cdot 4 \\ | \cdot (-2) \end{array} \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & | & 4 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 \end{pmatrix} \quad | : 2$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 4 & | & 12 \\ 0 & -1 & 4 & | & -9 \\ 0 & 0 & -4 & | & 8 \end{pmatrix} \begin{array}{l} | I + III \\ | II + III \\ | : (-4) \end{array} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 \end{pmatrix}$$

$$L = \{2; 1; -2\}$$

b) Die Aufgabe kann ebenfalls mit dem Gaußverfahren in der Matrixschreibweise gelöst werden:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 & | & 1 \\ -1 & 2 & 0 & | & 7 \\ 1 & -2 & 3 & | & -10 \end{pmatrix} \begin{array}{l} | II + III \end{array} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -1 \\ -1 & 2 & 0 & | & 7 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{pmatrix} \quad | I + II$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 & | & 1 \\ -1 & 2 & 0 & | & 7 \\ 0 & 0 & 3 & | & -3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} | I + III \\ | : 3 \end{array} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -1 \\ 0 & 2 & 0 & | & 6 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{pmatrix} \quad | : 2$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & | & -2 \\ -1 & 2 & 0 & | & 7 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{pmatrix} \quad | : 2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 3 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 \end{pmatrix}$$

$$L = \{-1; 3; -1\}$$

②

a)

$$I. 6A + 2B + 1C = 1,20$$

$$II. 4A + 2C = 1,20$$

$$III. 8A + 1B + 1C = 1,10$$

b)

$$I. 6 \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,20 + 1 \cdot 0,50 = 1,20 \checkmark$$

$$II. 4 \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,50 = 1,20 \checkmark$$

$$III. 8 \cdot 0,05 + 1 \cdot 0,20 + 1 \cdot 0,50 = 1,10 \checkmark$$

③

a)

 $a = 0; b = 0$  gehört zu  $L = \{2; -1; x_3\}$  $a = 0; b \neq 0$  gehört zu  $L = \{ \}$  $a = 1; b = 0$  gehört zu  $L = \{2; -1; 0\}$ 

b)

 $L = \{2; -1; 3\}$  gehört z. B. zu  $a = 1; b = 3$ 

④

Bedingungen:

I.  $f(1) = -5$

II.  $f'(0) = -1$

III.  $f'(2) = 0$

IV.  $f(0) = 1$

Allgemeine Funktionsgleichung:

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

LGS:

I.  $1a + 1b + 1c + 1d = -5$

II.  $1d = 1$

III.  $12a + 2b = 0$

IV.  $1c = -1$

Lösen des LGS ergibt:

$L = \{1; -6; -1; 1\}$

Die Funktionsgleichung lautet:

$f(x) = 1x^3 - 6x^2 - 1x + 1$