

- ① Ordne den Matrizen die richtige Lösungsmenge zu und gib an, ob das zugehörige LGS keine, eine oder unendlich viele Lösungen hat.

(1) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & -5 \end{array} \right)$ $L = \{1 - x_3; -7 - x_3; x_3\}$ Das LGS hat keine Lösung.

$L = \{ \}$ Das LGS hat eine Lösung.

(2) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{array} \right)$ $L = \{1; -7; -5\}$ Das LGS hat unendlich viele Lösungen.

(3) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$

- ② Zeige, dass das LGS unendlich viele Lösungen hat, indem du das LGS in die Matrixschreibweise überführst und dann versuchst, eine Einheitsmatrix zu bilden.

I. $2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5$

II. $2x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 6$

III. $8x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 22$

- ③ Zeige, dass das LGS keine Lösung hat, indem du das LGS in die Matrixschreibweise überführst und dann versuchst, eine Einheitsmatrix zu bilden.

I. $4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 6$

II. $2x_1 + 2x_2 + 1x_3 = 5$

III. $8x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 10$

- ④ Die LGS wurden in Matrixschreibweise überführt und dann, sofern möglich, die Einheitsmatrizen gebildet. Gib die Lösungsmengen für die LGS an.

a) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$

b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$

c) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array} \right)$

- ⑤ a) Zeige mithilfe einer Probe, dass die Lösungsmenge nicht alle Gleichungen des LGS erfüllt.
b) Erläutere, welche Konsequenzen das für die Lösungsmenge hat.

$$I. \quad 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -8$$

$$II. \quad -2x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 0$$

$$III. \quad 6x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 18$$

$$IV. \quad 3x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 8$$

$$L = \{2; 3; -1\}$$

- ⑥ Das folgende LGS mit zwei Gleichungen und drei Variablen hat unendlich viele Lösungen.

$$I. \quad 2x_1 + 1x_2 - 2x_3 = 2$$

$$II. \quad 2x_1 + 2x_3 = 4$$

- a) Gib die Lösungsmenge in Abhängigkeit von der Variable x_1 an.
b) Berechne die Werte der Variablen x_2 und x_3 , wenn $x_1 = 1$ ist.

- ⑦ Gegeben ist das folgende LGS mit zwei Gleichungen und drei Variablen.

$$I. \quad 4x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4$$

$$II. \quad 2x_1 - 1x_2 + 2x_3 = 3$$

- a) Zeige, dass das LGS eine leere Lösungsmenge hat.
b) Ändere eine Stelle im LGS, sodass das LGS unendlich viele Lösungen hat.

- ⑧ Ermittle die Lösungsmenge des LGS.

$$I. \quad 2x_1 + 3x_2 + 1x_3 = 2$$

$$II. \quad 1x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 4$$

$$III. \quad 4x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 8$$

- ⑨ Gib ein Gleichungssystem mit drei Gleichungen an, dass die vorgegebene Lösungsmenge hat.

$$L = \{1; 5; -3\}$$