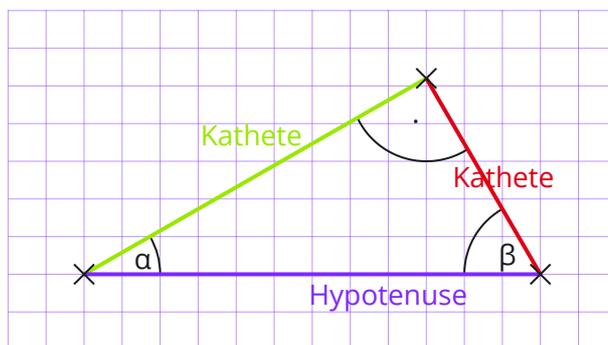


Welche Seiten gibt es in einem rechtwinkligen Dreieck?

Die Seite, die in einem rechtwinkligen Dreieck dem rechten Winkel gegenüberliegt, wird **Hypotenuse** genannt. Die Hypotenuse ist immer die längste Seite in einem rechtwinkligen Dreieck. Die Seiten, die den rechten Winkel einschließen, heißen **Katheten**. In der Grafik ist die grüne Kathete die Ankathete vom Winkel α und die rote Kathete die Gegenkathete von α .



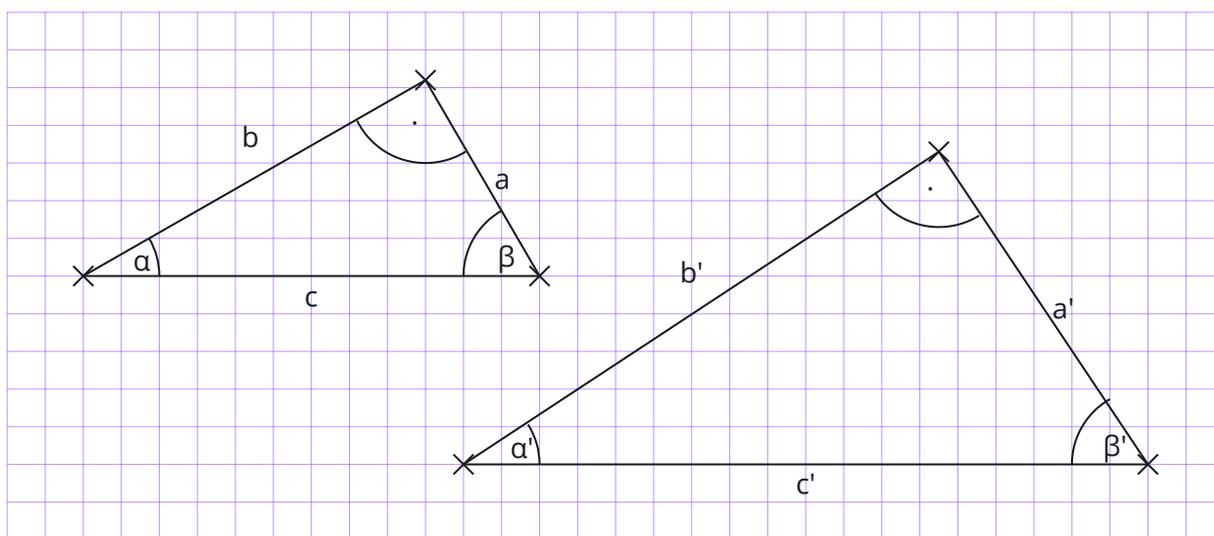
Was sind Winkelfunktionen?

Die Abbildung zeigt zwei ähnliche Dreiecke. Das kleine Dreieck wurde um den Faktor 2 vergrößert. Dabei ist das große Dreieck entstanden. Alle Dreiecksseiten im großen Dreieck sind doppelt so lang wie im kleinen Dreieck:

$$2a = a'; 2b = b'; 2c = c'$$

Die Größe der Winkel hat sich dabei jedoch nicht geändert:

$$\alpha = \alpha'; \beta = \beta'; \gamma = \gamma' = 90^\circ$$



Wird die Länge einer Seite durch die Länge einer anderen Seite geteilt, spricht man vom **Verhältnis** der beiden Seiten. Für das Verhältnis der Seiten b und c lässt sich $\frac{b}{c}$ schreiben, entsprechend ist das Verhältnis der Seiten b' und c' nichts anderes als $\frac{b'}{c'}$.

Es gilt: $\frac{b'}{c'} = \frac{2b}{2c} = \frac{b}{c}$.

Offenbar ändert die Vergrößerung des Dreiecks nichts am Verhältnis der Seiten. Solange die Größe des Winkels α nicht verändert wird, bleibt das Verhältnis der an α anliegenden Seiten im rechtwinkligen Dreieck gleich. Dieses Verhältnis wird als **Winkelfunktion** bezeichnet, da es nur von der Größe des eingeschlossenen Winkels abhängt.

Das Verhältnis der Ankathete eines Winkels zur Hypotenuse wird **Kosinus** des Winkels genannt und mit \cos abgekürzt. In diesen Dreiecken gilt: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ beziehungsweise $\cos \alpha = \frac{b'}{c'}$.

Welche Winkelfunktionen gibt es?

Neben dem **Kosinus** gibt es auch noch die Winkelfunktionen **Sinus** und **Tangens**. Die Formeln zum Berechnen der Winkelfunktionen gelten in allen rechtwinkligen Dreiecken.



Kosinus

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$



Sinus

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$



Tangens

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Wie lässt sich mithilfe von bekannten Seiten der Kosinus, Sinus oder Tangens bestimmen?

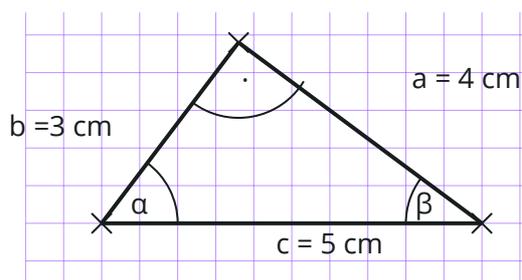
Um das Verhältnis zweier Seiten im rechtwinkligen Dreieck zu bestimmen, werden die Seiten in die Formel eingesetzt.

Beispielaufgabe

Berechne das Verhältnis mithilfe der Angaben in der Abbildung.

a) $\sin \alpha$

b) $\tan \beta$



Lösung

a) $\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{4 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 0,8$

b) $\tan \beta = \frac{b}{a} = \frac{3 \text{ cm}}{4 \text{ cm}} = 0,75$

Wie lässt sich aus einem bekannten Seitenverhältnis die Größe eines Winkels bestimmen?

Um aus einem Seitenverhältnis auf die Größe eines Winkels zu schließen, werden die Tasten \cos^{-1} , \sin^{-1} oder \tan^{-1} auf dem Taschenrechner benötigt.

Beispielaufgabe

Bestimme die Größe des Winkels α .

a) $\sin \alpha = 0,25$

b) $\tan \alpha = 0,64$



Lösung

a) $\alpha \approx 14,48^\circ$

b) $\alpha \approx 32,62^\circ$

Bei vielen Taschenrechnern ist die Gegenoperation (\cos^{-1} , \sin^{-1} oder \tan^{-1}) auf der gleichen Taste hinterlegt wie die Winkelfunktion. Dann muss zuerst die Shift-Taste gedrückt werden, um einen Winkel zu bestimmen.

Zum Lösen der Aufgabe wird die passende Gegenoperation und dann die Zahl in den Taschenrechner eingetippt. Bei manchen Taschenrechnern muss zuerst die Zahl eingegeben werden. Am besten probierst du es einfach mal aus.